

수학 영역(나형)

제 2 교시

1

1. $2 \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

2. ${}_n C_2 = 21$ 일 때, 자연수 n 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2^{2n+2}}{4^{n-1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 16 ② 8 ③ 4
④ 2 ⑤ 1

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_9 = 10$ 일 때,
 $a_2 + a_4 + a_6 + a_8$ 의 값은? [3점]

- ① 14 ② 16 ③ 18
④ 20 ⑤ 22

5. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{5}{12}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{7}{12}$

⑤ $\frac{2}{3}$

8

6. 1보다 큰 모든 실수의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \frac{4}{x-1} + 4, g(x) = \sqrt{x+4}$$

에 대하여 $(f \circ g)(5)$ 의 값은? [3점]

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

7. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(na_n - \frac{1}{3} \right) = 5$ 일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{(n^2+n)a_n}$$
의 값은? [3점]

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 소수}\}$ 일 때, $A \cap B = A$ 를 만족시키는 집합 B 의 개수는? [3점]

- ① 64 ② 32 ③ 16
 ④ 8 ⑤ 4

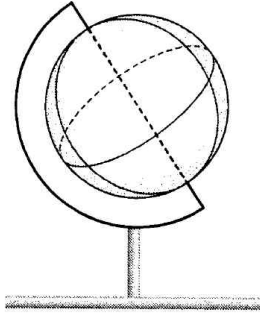
9. 다항식 $(1 + ax)^7$ 의 전개식에서 x 의 계수가 14일 때, x^2 의 계수는?
 (단 a 는 상수이다) [3점]

- ① 72 ② 78 ③ 84
 ④ 90 ⑤ 96

10. 함수 $f(x) = 2x + |x| + 4$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.
 $f(1) + g(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 4 ③ 2
 ④ 0 ⑤ -2

11. 아래 그림과 같이 회전이 가능한 지구본 형태의 구를 세로로 3등분, 가로로 2등분하여 크기와 모양이 같은 6개의 도형으로 나누었다. 서로 다른 6가지의 색을 모두 사용하여 이 도형의 6면을 각각 하나의 색으로 칠하는 모든 경우의 수는? [3점]



- ① 600 ② 480 ③ 360
④ 240 ⑤ 120

12. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 이다.

(나) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - 12}{x^2 - 4} = 3$

$f(2) + f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 20 ③ 16
④ 12 ⑤ 8

13. 좌표평면 위의 점 A(2, 3)과 함수 $y = \frac{3x-2}{x-2}$ 의 그래프 위의 점 P에 대하여 두 점 A와 P 사이의 거리의 최솟값은? [3점]

- ① 2 ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

14. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -1$ 이고

$$n(n+1)(a_{n+1}-1) = \frac{1}{a_1 a_2 a_3 \cdots a_n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

자연수 n 에 대하여 주어진 양변에 $a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ 을 곱한 후 $n(n+1)$ 로 나누면

$$a_n a_2 a_3 \cdots a_{n+1} - a_1 a_2 a_3 \cdots a_n = \boxed{\text{(가)}}$$

$a_1 a_2 a_3 \cdots a_n = b_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} - b_n = \boxed{\text{(가)}}$$

$b_1 = a_1 = -1$ 이므로 $b_n = -\frac{1}{n}$

따라서 $a_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$ 이므로

$a_1 = -1, a_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $\frac{g(9)}{f(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① 64 ② 72 ③ 80
 ④ 88 ⑤ 96

15. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 를 만족하는 순서쌍 (A, B) 의 개수는? [4점]

- ① 135 ② 162 ③ 189
 ④ 216 ⑤ 243

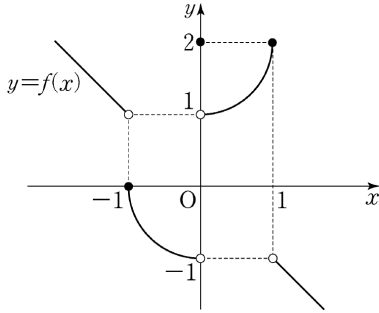
16. 어느 공기청정기는 실내 미세먼지 농도가 $100(\mu\text{g}/\text{m}^3)$ 이 되면 자동으로 작동을 시작한다. 공기청정기가 작동을 시작한지 t 분에서의 실내 미세먼지 농도를 $D(\mu\text{g}/\text{m}^3)$ 라 하면 다음 관계식이 성립한다.

$$D = 50 + k \{ \log(t+10) - \log(t+1) \} \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

공기청정기가 작동을 시작한 지 2분과 8분에서의 미세먼지 농도를 각각 D_1, D_2 라 할 때, $D_1 - D_2$ 의 값은? [3점]

- ① $100\log 2$ ② $50\log 2$ ③ $25\log 2$
 ④ $50\log 3$ ⑤ $25\log 3$

17. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{|x|}{x}\right) + \lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{\sqrt{x^2+2x}}{x+1}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 3
- ② 2
- ③ 1
- ④ 0
- ⑤ -1

18. 두 동전 A, B를 동시에 던져 그 결과에 따라 좌표평면 위의 점을 다음과 같이 이동시킨다.

- (가) A, B 모두 앞면이 나오면 점 (x, y) 를 점 $(x+1, y+1)$ 로 이동시킨다.
- (나) A는 앞면, B는 뒷면이 나오면 점 (x, y) 를 점 $(x+1, y-1)$ 로 이동시킨다.
- (다) A는 뒷면, B는 앞면이 나오면 점 (x, y) 를 점 $(x-1, y+1)$ 로 이동시킨다.
- (라) A, B 모두 뒷면이 나오면 점 (x, y) 를 점 $(x-1, y-1)$ 로 이동시킨다.

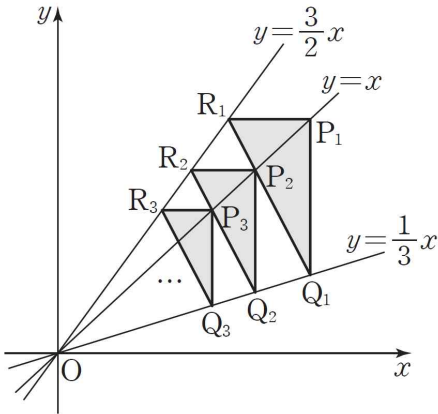
원점에 위치한 점 P가 두 동전 A, B를 동시에 던지는 시행을 6번 반복한 후 직선 $x+y=6$ 위로 옮겨지게 될 확률은? [4점]

- ① $\frac{85}{1024}$
- ② $\frac{75}{1024}$
- ③ $\frac{65}{1024}$
- ④ $\frac{55}{1024}$
- ⑤ $\frac{45}{1024}$

19. 그림과 같이 좌표평면에 세 직선 $y=x$, $y=\frac{1}{3}x$, $y=\frac{3}{2}x$ 가 있다.

직선 $y=x$ 위의 점 P_1 을 지나면서 y 축에 평행한 직선을 그어 직선 $y=\frac{1}{3}x$ 와 만나는 점을 Q_1 이라 하고, 점 P_1 을 지나면서 x 축에 평행한 직선을 그어 직선 $y=\frac{3}{2}x$ 와 만나는 점을 R_1 이라 하자. 이때, 직선 Q_1R_1 과 직선 $y=x$ 가 만나는 점을 P_2 라 하자. 점 P_2 를 지나면서 y 축에 평행한 직선을 그어 직선 $y=\frac{1}{3}x$ 와 만나는 점을 Q_2 라 하고, 점 P_2 를 지나면서 x 축에 평행한 직선을 그어 직선 $y=\frac{3}{2}x$ 와 만나는 점을 R_2 라 하자. 또, 직선 Q_2R_2 와 직선 $y=x$ 가 만나는 점을 P_3 이라 하자. 이와 같은 방법으로 계속하여 얻은 삼각형 $P_nR_nQ_n$ 의 넓이를 S_n 이라 하자. $S_1 = 36$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

(단, P_1 은 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



- ① $\frac{243}{4}$
- ② $\frac{729}{10}$
- ③ $\frac{729}{8}$
- ④ $\frac{243}{2}$
- ⑤ $\frac{729}{4}$

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{n+3} = a_n + 3$

(나) $\sum_{k=1}^{15} a_k = 170$

$a_1 + a_2 + a_3$ 의 값은? [4점]

- ① 20
- ② 19
- ③ 18
- ④ 17
- ⑤ 16

21. 원점을 지나고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$ 에 대하여, $x=t$ 에서 $f(x)$ 에 접하는 직선을 $g_t(x)$ 라 하자. $f(x)$ 와 $g_t(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(4) = 0$
 (나) 함수 $y = |f(x) - g_t(x)|$ 는 오직 $t=3$ 일 때만 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하다.

$f(9)$ 의 값은? [4점]

- ① 162 ② 189 ③ 216
 ④ 243 ⑤ 270

단답형

22. 7을 세 자연수의 합으로 분할하는 경우의 수를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^2(x-2)$ 에 대하여 $f'(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $4^x = 5^{4y} = 10$ 인 실수 x, y 에 대하여 $\frac{10}{x} + \frac{5}{y}$ 의 값은? [3점]

25. 어느 고등학교의 3학년 학생들을 대상으로 주거형태를 조사한 결과 A형과 B형 두 가지였다. 주거형태가 B형인 남학생의 수는 주거형태가 A형인 여학생수의 2배이고, 주거형태가 A형인 학생 중 여학생의 비율은 40%이다. 3학년 학생 중 임의로 한명을 뽑았더니 남학생이었다. 이 학생의 주거형태가 A형일 확률을 $\frac{q}{p}$ 라고 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수) [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2x^2}{x^2 - 1} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2x^2}{x^2 - 1} = 2$$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 모든 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: x^2 - x - a > 0$$

$$q: |x| \leq 6$$

$\sim p$ 가 q 의 충분조건이 되도록 하는 a 의 최댓값을 M , 필요조건이 되도록 하는 a 의 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값을 구하시오.

[4점]

28. 세 정수 a, b, c 에 대하여

$$|a| + |b| + |c| = 8$$

을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

29. 실수 m 에 대하여 함수 $f(x) = x(x-4)(x-5)$ 와 직선 $y = mx + 16$ 이 만나는 점들 중 가장 큰 x 값을 $g(m)$ 이라 하자. 함수 $g(m)$ 이 $m = a$ 에서 불연속일 때,

$\lim_{m \rightarrow a^-} g(m) + \lim_{m \rightarrow a^+} g(m)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 직선 $y = x - n$ 과 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 x 축으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{12} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.