5. 서로 같은 10개의 사탕을 3개의 묶음으로 분할하여 3명의 학생에게 나눠줄 때 가능한 경우의 수는? (단, 모든 학생은 적어도 한 개의 사탕을 받는다)[3점]

① 12 ② 36 ③ 48 ④ 66 ⑤ 81

말은 분할이지만, 결국 3명에게 10개의 사탕을 나눠주는 문제이다.

${}_3H_7$ 로 풀자. 답은 36

9. 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-9}=1$ 과 포물선 $y^2=4px$가 초점 F를 공유하고 1사분면에 존재하는 점 P에서 만난다. 타원의 점F가 아닌 초점을 F′라 할 때, 삼각형 FF′P는 $\angle \mathrm{F'FP}=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형이다. a의 값은?(단, $a^2-9>0$) [3점]

① $3\sqrt{2}+3$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}+6$ ⑤ $6\sqrt{2}-6$

간단한 정의활용한 문항입니다.

일단 두 이차곡선이 초점을 활용한단 문장에서, 타원과 포물선 각각의 정의가 활용된다는 것을 알 수 있습니다.

먼저 포물선의 정의를 활용하면 $\overline{\mathrm{FF'}}=\overline{\mathrm{FP}}=6$임을 알 수 있고,
타원의 정의에 의해, $\overline{\mathrm{FP}}+\overline{\mathrm{F'P}}=6\sqrt{2}+6=2a$임을 알 수 있습니다.

$\therefore a=3\sqrt{2}+3$

10. 장미꽃 4송이, 튤립 5송이, 할미꽃 3송이 총 12송이 중에서 3송이를 고를 때, 같은 종류의 꽃을 적어도 2개 고를 확률은?

[3점]

① $\frac{3}{11}$ ② $\frac{5}{11}$ ③ $\frac{7}{11}$ ④ $\frac{8}{11}$ ⑤ $\frac{9}{11}$

여사건으로 접근합니다. 같은 종류의 꽃을 적어도 2개 고르는 것의 여사건은 모두 다른 종류의 꽃을 고르면 됩니다.

$$1-\frac{{}_4C_1\times{}_5C_1\times{}_3C_1}{{}_{12}C_3}=\frac{8}{11}$$

11. 함수 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}0 & (|f(x)|<1)\\ 1 & (|f(x)|\geq 1)\end{cases}$$

라 하자. 함수 $(x^2+ax+b)g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 연속일 때, $\displaystyle\int_1^e (x^2+ax+b)\ln x\,dx$의 값은? [3점]

① e^3 ② $2e^3-8$ ③ $\dfrac{2e^3+8}{9}$ ④ $\dfrac{2e^3-4}{9}$ ⑤ $\dfrac{2e^3-8}{9}$

함수 $f(x)$를 그리고 함수 $g(x)$를 그려보면,
$g(x)$는 $x=1, x=-1$에서 불연속임을 알 수 있습니다.

연속의 정의에 의해 $(x^2+ax+b)g(x)$가 연속이려면
x^2+ax+b는 x^2-1이여야 합니다.

$\therefore \displaystyle\int_1^e (x^2-1)\ln x\,dx$
$=\dfrac{2e^3-8}{9}$

12 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6\}$와 집합 $Y=\{1,2,3\}$에 대하여 함수 $f:X\to Y$ 의 치역이 $\{y\,|\,y\geq 2\}$인 함수 f의 개수는? [3점]

① 64 ② 62 ③ 31 ④ 27 ⑤ 15

$\{y\,|\,y\geq 2\}$ 란 표현은 결국, 집합 X의 원소에 대응되는 집합 Y의 원소가 $2,3$란 뜻이므로, 2^6개입니다. 다만 2^6속에는 2이나 3에만 대응되는 함수가 포함되므로 빼줘야 합니다. 답은 $2^6-2=62$

[13 ~ 14] 좌표평면에 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$과 타원 위의 점 $\mathrm{A}(4,a)$에서의 접선 l이 존재한다.<u>13번과 14번의 물음에 답하시오.</u>

13. 접선 l 이 y축과 만나는 점을 B 라 할 때, 삼각형 ABO 의 넓이는?(단, O 는 원점이다.) [3점]

① $\frac{45}{2}$ ② $\frac{45}{4}$ ③ $\frac{45}{8}$ ④ 6 ⑤ 10

점 A 는 타원 위의 점이므로, $\mathrm{A}\left(4,\frac{9}{5}\right)$ 입니다.

음함수 미분으로 접선의 방정식을 구하면, $y=-\frac{4}{5}x+5$ 입니다.

그러면 접선 l이 y축과 만나는 점 B는 $\mathrm{B}(0,5)$이므로, 삼각형의 넓이는
10 입니다.

14. 직선 $x=t$ 와 타원이 만나는 두 점을 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 $g(t)$라 하자. 점 A에서의 타원의 접선 l과 직선 $x=-k$, $x=5$, x축으로 둘러싸인 넓이가 $\int_0^5 g(t)dt$의 값과 같아지게 하는 양수 k에 대하여 $2k^2+25k$의 값은? [4점]

① 105 ② 203 ③ 472 ④ 525 ⑤ 625

타원과 만나는 점을 각각 (t,y), $(t,-y)$라 한다면, 정사각형의 한 변의
길이는 $2y$ 입니다. 즉, 넓이는 $4y^2$ 입니다.

타원 식을 정리하면, $y^2=9-\frac{9x^2}{25}$ 이므로. $g(t)=36-\frac{36t^2}{25}$

$\therefore \int_0^5 g(t)dt=120.$

접선과 직선들로 둘러싸인 넓이는, $\int_{-k}^5 -\frac{4}{5}x+5\,dx$ 이고, 계산하면

$\left[-\frac{2}{5}x^2+5x\right]_{-k}^5=\frac{2}{5}k^2+5k+15.$

$\therefore \frac{2}{5}k^2+5k+15=120,$

$2k^2+25k=525$

수학 영역(가형)

15. 쌍곡선 $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{24}=1$과 타원 $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$이 만나는 점 중 제 1사분면 위에 있는 점을 P라 하고, 쌍곡선의 두 초점 중 점 P와의 거리가 더 긴 점을 F라 하자. 중심이 원점이고 선분 FP에 접하는 원의 넓이는?[4점]

① π ② 4π ③ 7π ④ 9π ⑤ 16π

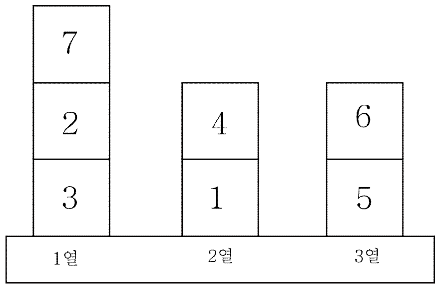
점 F가 아닌 다른 초점을 F′라 하면, 삼각형 FPF′에서 쌍곡선의 정의와
타원의 정의가 활용될 것임을 알 수 있습니다.

먼저 타원의 정의에 의해서, $\overline{FP}=x$라 하면, $\overline{PF'}=14-x$입니다.
그러면 쌍곡선의 정의에 의해, $\overline{FP}-\overline{PF'}=2$,
$\therefore 2x-14=2,\ x=6$
$\overline{FP}=6, \overline{PF'}=8$이고, $\overline{FF'}=10$이다.
즉, 삼각형 FPF′는 직각삼각형이다.

선분 FP에 접하는 원에서, 원점에서 선분 FP에 수선을 내리면 만들어지는 삼각형 FPO(O는 원점) 역시 직각삼각형이다.

닮음활용, 원의 반지름은 3이다. $\therefore 3\pi$

17. 그림과 같이 숫자 1부터 7까지 쓰여있는 나무토막 7개와 나무토막을 놓을 수 있는 1열, 2열, 3열이 있다. 나무토막을 1, 2, 3열에 빈 열이 없게 쌓는 경우의 수는?(단, 나무토막을 돌려놓거나 뒤집는 경우는 생각하지 않는다.)[4점]



① 15 ② 504 ③ 5400 ④ 10800 ⑤ 75600

문제상황을 보면, 먼저 1열, 2열, 3열 이라는 서로 구분되는 열에 나무토막을 쌓아야 하며, 나무토막마저 구분되는 상황입니다.

해서 집합의 분할로 가도 되겠지만, 각 열에 몇 개씩 쌓는다. 라는 제약이 없으므로 중복조합으로 풀어보겠습니다.

중복조합으로 먼저 각 열에 쌓일 나무토막개수를 구하면, ${}_3H_4$입니다.(빈 열이 생기면 안되므로)

그 후, 쌓여진 나무토막에 숫자를 부여하면 되므로, $7!$입니다.

$\therefore {}_3H_4\times 7! = 75600$

18. 120장의 카드 뭉치에는 O카드가 40개, X 카드가 80개가 들어있다. 카드뭉치에서 카드 한 개를 뽑아 확인하고 다시 넣는 시행을 5번해서 O카드가 총 3번 나왔을 때, 3번째 시행 때 O카드가 나왔을 확률은? (단, O카드와 X카드의 크기는 같다.) [4점]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{8}{27}$ ⑤ $\frac{8}{81}$

조건부 확률입니다. 이미 O카드가 총 5번 나온 상황에서,
3번째 시행 때 O카드가 나왔을 확률을 구하는 겁니다.

즉 분모는, O카드가 총 5번나왔을 때, (3번째시행때 X+ 3번째시행때 O)
입니다.(의미가) 해서, 전체 확률은 ${}_5C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2$ 입니다.(분모)

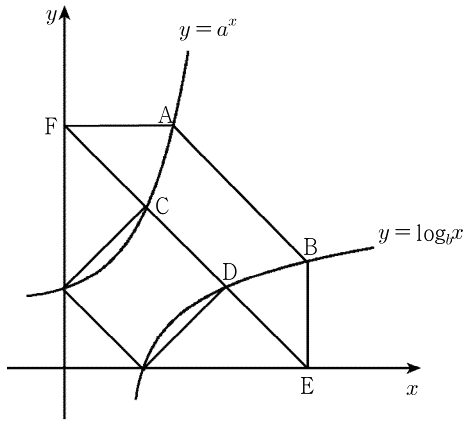
분자에 들어갈 것은, 3번째 시행 때 O카드가 나온 것이니,
나머지 1,2,4,5 번째 시행때는 O카드가 2번, X카드가 2번 나오면 됩니다.
즉, ${}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2$ 입니다.
여기서 3번째 시행 때 O카드가 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로,

결국 분자의 확률은 ${}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}$ 입니다.

구하고자 확률은 결국,

$$\therefore \frac{{}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}}{{}_5C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{3}{5}$$ 입니다.

19. 그림과 같이 좌표평면에 두 곡선 $y=a^x, y=\log_b x$와 점 $\mathrm{A, B, C, D}$에서 만나고 점 $\mathrm{A, B, E, F}$를 꼭짓점으로 하는 등변사다리꼴이 있다. 점 E와 점 F는 각각 x축, y축과 위의 점이며 선분 AF는 x축과, 선분 BE는 y축과 평행하다. 점 $\mathrm{C, D}$와 $(1,0), (0,1)$을 꼭짓점으로 하는 사각형이 정사각형일 때, 선분 AB의 길이는? (단, a와 b는 상수이다.) [4점]



① $\sqrt{2}\,(3-\log_2 3)$ ② $\sqrt{2}\,(6-\log_2 3)$ ③ $2(3-\log_2 3)$
④ $2(6-\log_2 3)$ ⑤ $3-\log_2 3$

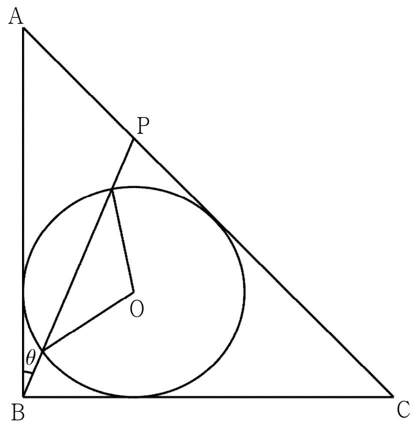
$(1,0), (0,1)$을 지나는 정사각형이므로, 점 $\mathrm{C, D}$를 지나는 직선의 기울기는 -1이다. 또한 점 C와 점 D의 중점은 $y=x$ 위에 있음을 알 수 있으므로,
곡선 a^x와 $\log_b x$는 역함수 관계임을 알 수 있다.

필요한 값들을 구해보면, 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이고, 점 $\mathrm{F, E}$를 지나는 직선의 기울기는 -1이다. 해서, $\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{CF}}=\sqrt{2}$이다.
또한, 점 D의 좌표는 $(2,1)$이고 $y=\log_b x$위의 점이므로, 대입하여 b값을 구하면 $b=2=a$가 된다.

점 E의 좌표는 $(3,0)$이고, B의 좌표는 $(3, \log_2 3)$이므로
$\overline{\mathrm{BE}}=\log_2 3$이다.

$\angle\mathrm{BED}=45^\circ$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{FE}}-\sqrt{2}\log_2 3$
$=\sqrt{2}(3-\log_2 3)$

20. 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC에 내접하고 반지름이 2, 중심이 점 O인 원이 있다. 선분 AC 위의 $\angle \mathrm{ABP} = \theta$인 점 P에 대하여 선분 BP와 원이 만나서 생기는 두 점과 점 O를 이은 삼각형의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0} \frac{\{S(\theta)\}^2}{\theta}$의 값은? [4점]



① 1 ② 4 ③ 10 ④ 32 ⑤ 64

점 O와 점 B를 잇고, 점 O에서 선분 BP에 수선을 내리고 그 점을 점 Q라 하자. 그러면 직각삼각형 BOQ에서, 선분 OQ는 구하고자 하는 삼각형의 높이가 된다. 삼각형 BOQ에서 $\angle \mathrm{OBQ} = \frac{\pi}{4} - \theta$ 이므로,

$$\overline{\mathrm{OQ}} = 2\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right) = 2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}cos\theta - \frac{\sqrt{2}}{2}sin\theta\right)$$
$$= (2\cos\theta - 2\sin\theta)$$

그런데 삼각형의 한 변은 원의 반지름 즉 2이므로,

삼각형의 밑변길이의 $\frac{1}{2}$은, 빗변길이 2와 높이 $(2\cos\theta - 2\sin\theta)$로 피타고라스를 활용하자.

$$\left(\frac{1}{2}\times \text{밑변길이}\right)^2 = 2^2 - (2\cos\theta - 2\sin\theta)^2$$
$$= 8\cos\theta\sin\theta$$

즉, $2\sqrt{8\sin\theta\cos\theta}$ 가 밑변이다.

$$\therefore S(\theta) = 2\sqrt{8\sin\theta\cos\theta} \times (2\cos\theta - 2\sin\theta) \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{S(\theta)^2}{\theta}$$
$$= \frac{8\sin\theta\cos\theta(2\cos\theta - 2\sin\theta)^2}{\theta}$$
$$= 32$$

27. 빨간 공 3개와 검은 공 2개, 파란 공 3개를 3명의 학생에게 나눠줄 때, 다음 조건을 만족하게 나눠준다.

(가) 빨간 공을 나눠준 학생에겐 검을 공을 나눠줄 수 없고, 검은 공을 나눠준 학생에겐 빨간 공을 나눠줄 수 없다.
(나) 모든 학생은 적어도 한 개의 공은 받아야 한다.

남는 공이 없이, 조건을 만족하며 나눠줬을 때, 가능한 경우의 수를 구하시오.[4점]

결국 어떠한 학생도 검은공과 빨간 공을 동시에 갖고 있을 수 없으므로, 그 점에 착안하여 풀이를 시작해보자.

일단 빨간공을 먼저 나눠준다하면, 남는 공이 없어야 하기에 세 명에게 한 개씩 주는 경우는 고려할 수 없다.

즉, 다음과 같은 두 경우만 생긴다.

1. 학생 한 명이 빨간 공 3개를 받는다.
2. 학생 두 명이 (빨간 공 2개/ 빨간 공 1개)를 받는다.

2. 경우에선, 남는 공이 없이 나눠줘야 하므로, 검은 공2개는 빨간공을 받지 못한 학생이 다 받아야 한다.
그 후 파란공 3개를 나눠주면 되므로, 나눠주는 경우는 $_3H_3$이 된다.
여기서 학생들을 바꿔주는 경우를 생각하면 $\times 3!$을 곱해줘야 한다.

1. 경우는 또 두가지 경우로 나뉜다.

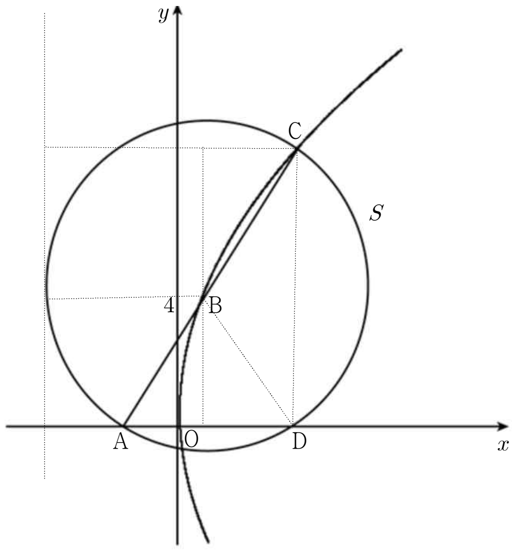
i) 빨간공을 받지 못한 두 명의 학생에게 검은 공을 한 개씩 나눠주는 경우
ii) 두 명중 한명에게만 검은 공을 다 주고 나머지 한명에겐 파란공 한 개를 나눠주는 경우

i) 경우에선, 파란공만 나눠주면 되므로 $_3H_3$이다. 그런데, 빨간공을 받은 학생에게 파란공을 모두 나눠주거나 세 명 모두에게 한개씩만 주는 상황이라면, 단순히 위에 2. 경우처럼 학생들을 바꿔주는 수인 $3!$을 곱해줄 수가 없다. (중복된 경우가 생기기 때문) 해서 그 두가지 상황에서 학생들을 바꿔주는 경우의 수는 오로지 $\times 3$이다.
즉 $_3H_3 \times 10 = 30$ 이다.

ii) 경우는 남은 파란공 2개를 그냥 나눠줘도 학생들을 바꿔주는 경우에서 중복되는 경우가 없으므로, $_3H_2 \times 3!$ 이 경우의 수가 된다.

$\therefore\ _3H_3 \times 3! + (6+48) + {}_3H_2 \times 3!$
$= 60 + 30 + 36 = 126$

28. 그림과 같이 포물선 위에 중심이 있고 포물선의 준선과 접하는 원 S가 있다. 원의 중심을 점 B라 하고 x축과 만나는 두 점을 각각 A, D, 포물선과 $y>0$에서 만나는 점을 C라 하자. 세 점 A, B, C는 한 직선 위에 있고 점 B의 y좌표는 4일 때, 삼각형 OBC의 넓이를 구하시오. [4점]



일단, 원 임을 먼저 활용해보자. 원의 중심인 점 B에서 준선에 수선을 내려주고 그 점을 H라 하면, $\overline{BH} = \overline{BD}$이다.(포물선의 정의활용)
마찬가지로 점 C에서 준선에 수선을 내리고 그 점을 Q라 하면 $\overline{QC} = \overline{CD}$이다.

그리고, 선분 AC는 원의 중심을 지나는 선분이므로, 지름이다.
그러므로, 삼각형 ACD는 직각삼각형이다. 정보를 계속얻어보면, B의 y좌표는 4이기 때문에, $\overline{CD} = 8$이고, $\overline{QC} = \overline{CD}$이므로 점 D의 좌표는 $(4, 0)$이다.

또한, 원의 반지름길이를 x라 하고, 중심 B에서 x축에 수선을 내리고 그 점을 G라 하면, $\overline{GD} = 8-x$ 이다.
그러면 삼각형 BGD에서 각 변의 길이가 4 / x / $8-x$이므로 피타고라스 정리를 활용, $x=5$임을 알 수 있다.

여기서 풀이가 두 가지로 나뉜다.
구하고자 하는 넓이를,

1. 삼각형 ADC에서 삼각형OCD넓이를 빼서 구하기.
2. $\overline{BC}$, $\overline{CO}$, $\sin(\angle BCO)$ 를 이용하여 구하기.

1. 방법은 쉬우므로, 2. 풀이를 보자.

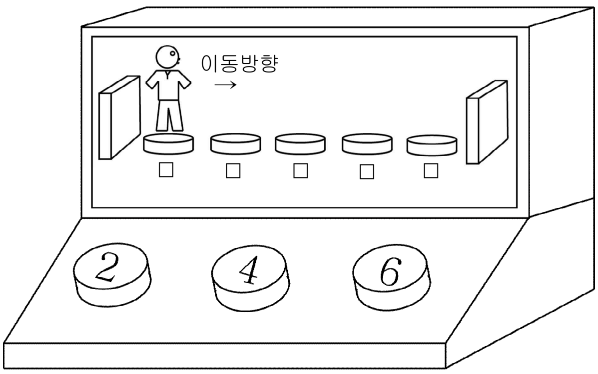
결국 $\sin(\angle BCO)$ 이것만 구하면 되는데,
$\angle BCO$는, $\angle COD - \angle CAD$ 이다.
즉, $\tan(\angle BCO) = \tan(\angle COD - CAD)$ 임을 활용해서 $\sin(\angle BCO)$ 구해주면 된다.

답은 4

29. 다음 그림과 같이 숫자 $2, 4, 6$ 이 각각 한 개씩 쓰여있는 세 개의 버튼과 □,□,□,□,□의 숫자가 각각 한 개씩 쓰여있는 다섯개의 자리와 □번 자리에 사람이 오른쪽을 바라보고 서 있는 화면을 갖춘 오락기가 있다. 이 오락기는 다음과 같은 규칙을 따른다.

(가) “2”버튼을 누르면 앞으로 2칸, “4”버튼을 부르면 앞으로 4칸, “6”버튼을 누르면 앞으로 6칸을 간다.
(나) 앞으로 가던 도중 벽을 만나면 뒤로 돌아서 간다.
(다) 같은 숫자의 버튼을 연이어 누를 수 없다.

예를 들어, “2”버튼을 누르면 사람은 “□”자리에 서있게 되고 이 상태에서 “6”버튼을 누르면 사람은 “□”자리에 서있게 된다. 그림과 같은 초기상황에서 버튼을 3번눌러 도착한 자리와 3번 더 눌러서 도착한 자리가 같을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.(단, p 와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



문제를 접근하는 수험생에 입장에서 쓰자면, 이러한 처음보는 상황을 접했을 땐 여러가지 시도를 통해 일단 문제자체의 규칙이나 틀을 이해해야한다.

묻는 것은 3번 시도 하고 나서의 결과와 또 3번 눌렀을 때의 관계를 묻고 있으니, 3번눌러보는 시도를 스스로 해봤어야 한다.

몇 번하고 나면, 다음과 같은 것들을 잡아낼 수 있다.

1. $(2,4,2)/(6,4,6)$ 조합만 (다더했을때 8의배수) 사람을 다시 원래 자리에 돌아오게 만든다.

2. (다) 조건에 의하여, 3번 누를 수 있는 가능한 조합은 모두 12개이고, 처음에 2버튼을 누르는 것 4개, 4버튼을 누르는 것 4개, 6버튼을 누르는 것 4개가 있다.

즉, 처음에 3번 누를 수 있는 경우의 수는 12가지 이다.

3번눌러서 어디에 도착하든, 3번 더 눌러 다시 돌아올려면 오로지 $(2,4,2)$나 $(6,4,6)$만 눌러야 한다.

그래서 12×2를 가능한 총 경우의 수라고 생각할 수 있는데, 이는 (다) 조건에 위배된다.

(다)조건에 의하여 처음 3번 버튼을 눌렀을 때 만약 3번째 누른 버튼이 2였다면, 그 다음 누를 수 있는 3개의 버튼은 $(2,4,2)/(6,4,6)$ 중 $(6,4,6)$한가지 뿐이 없다.

3번째 누른 버튼이 4여야 $(2,4,2)/(6,4,6)$ 둘다 가능한 것이다.
즉, 처음 3개의 버튼을 누를 수 있는 12가지 조합은
3번째 누른 버튼이 2인 것, 4인 것 6인 것 각각 4가지가 있으므로,
2였다면 $(6,4,6)$한가지 / 4였다면 $(2,4,2), (6,4,6)$ 두 가지,
/ 6였다면 $(2,4,2)$ 한가지

즉 처음 12가지 경우 다음에 올 수 있는 상황까지 고려하면
총 경우의 수는 $4\times1+4\times2+4\times1=16$이다.

또한, 분모자리에 올 총 경우의 수도 마찬가지로 12×12가 아니다.
처음엔 12가지의 경우가 있지만, 3번째누른 버튼이 뭐가오든 다음에 누를 수 있는 버튼은 2가지만 존재하기에, 총 8가지의 종류만 누를 수 있다.

즉, $12\times8=96$

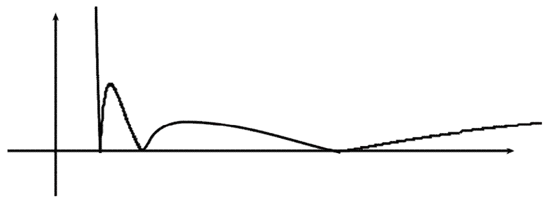
$\therefore \frac{16}{96}=\frac{1}{6}$
답은 7

30. 함수 $f(x)=\left(\frac{2e\ln x}{x}\right)^2-k$와 실수 t에 대하여 함수 $f(x)$위의 임의의 점 $\mathrm{P}(t,f(t))$와 x축 위의 두 점 $\mathrm{O}(0,0)$, $\mathrm{A}(4,0)$을 이어 만든 삼각형 POA의 넓이를 $g(t)$라 하자. 양수 n에 대하여 직선 $y=n$과 곡선 $y=g(t)$의 교점의 개수의 최댓값과 최솟값의 합이 7이 되게하는 k값의 범위는 $a<k<b$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.) [4점]

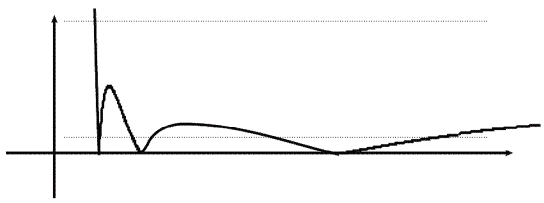
결국 삼각형 넓이 $g(t)$는, $g(t)=|2f(t)|$이다. 넓이니깐 음수가 될 수 없다는 것을 꼭 명심하자.

이 문항도 마찬가지로, $y=n$과 $y=g(t)$의 교점의 개수에 대한 이해가 필요하므로, 그래프를 그리고 직선을 그려보며 상황을 이해해봐야 한다.

$2f(t)$를 그려주고, $2k$를 임의의 양수라 가정하고 $|2f(t)|$를 그린 그래프는 다음과 같다.



이 상황에서 $y=n$과의 교점 개수가 최댓값, 최솟값인 직선을 그어보면 다음과 같다.



이 때의 최솟값 + 최댓값 은 7이므로, 결국 문제에서 요구하는 상황이 된다.

즉, $2\times\left(\frac{2e\ln x}{x}\right)^2$ 의 극댓값직전까지만 $2k$값이 될 수 있으므로, $0<2k<8$ 이 된다.
즉, $0<k<4$
답은 4

** Comment - $\left(\frac{2e\ln x}{x}\right)^2$ 함수를 $2k$만큼 y축과 평행한 방향으로 평행이동 하면, $x\to\infty$ 인 상황에서 0 이 아닌 $-2k$가 됨을 잊지말자.