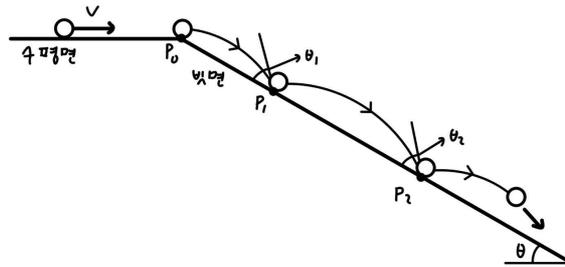


ØnlyTraY

물리학 II 자작 문제
(30 - Final Boss)

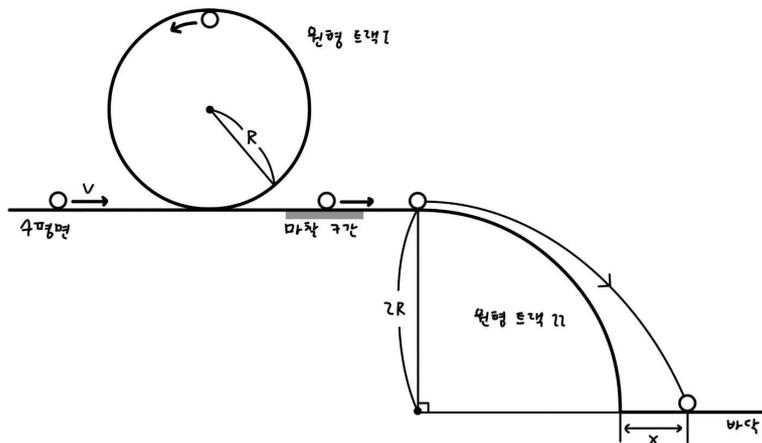
?? . 다음 지문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 수평면 위에서 속력 v 로 운동하던 물체가 경사각이 θ 로 일정한 빗면 위에서 여러 번 충돌하고 있다. 수평면과 빗면이 만나는 점을 P_0 라고 하고, 물체가 충돌하는 빗면 위의 지점을 각각 P_1, P_2, P_3, \dots 라고 하자. 그리고 충돌하기 직전 물체의 운동 방향과 빗면이 서로 이루는 각을 각각 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$ 라고 하자. 물체의 크기와 충돌 시간은 무시하고, 충돌할 때마다 물체의 역학적 에너지는 손실되지 않으며, 공기 저항과 모든 마찰은 무시한다.



자연수 n 에 대해 P_n 에서 P_{n+1} 까지 운동하는 데 걸린 시간을 t_n 이라고 하고, P_n 과 P_{n+1} 사이의 거리를 $\overline{P_n P_{n+1}}$ 이라고 할 때, $\frac{1}{v \sin \theta} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{P_n P_{n+1}} \tan \theta_n}{t_n} = a$ 이다.

(나) 수평면 위에서 속력 v 로 운동하던 물체가 반지름이 R 인 원형 트랙 I를 따라 원운동을 한 뒤, 수평면 위의 마찰 구간을 지나 반지름이 $2R$ 인 원형 트랙 II 위를 따라 원운동하다가, 특정 지점에서 II 위를 벗어나 포물선 운동하여 II와 바닥이 만나는 지점으로부터 x 만큼 떨어진 지점에 도달하였다. 바닥은 수평하고, v 는 물체가 I에서 원운동을 유지할 수 있도록 하는 최소 속력이다. 마찰 구간을 지나기 직전 물체의 운동 에너지는 마찰 구간을 다 지난 직후 운동 에너지의 $\frac{25}{4}$ 배이다. 물체의 크기와 공기 저항, 마찰 구간 외의 모든 마찰은 무시한다.



이 조건들로부터 구한 x 는 $\frac{32\sqrt{b}-c}{125}R$ 이다.

(다) 그림 1은 실의 개수 n ($n \geq 2$)에 따라 질량이 m 인 물체가 등속 원운동을 하는 모습을 나타낸 것이다. n 이 변화해도 물체의 원궤도의 반지름은 R 로, 원궤도의 중심과 회전축의 중심에 고정되어 있는 너트 사이의 거리는 H 로 보존되며, 원궤도의 중심은 항상 회전축 내에 있다. 회전축과 수직을 이루고 너트의 위치를 중점으로 하는 막대와 실이 연결된 지점에 대하여 이 지점이 너트로부터 가장 멀리 떨어져 있는 두 실은 항상 수직을 이룬다. 이 실에 걸리는 장력의 크기는 $F(n)$ 이다. $n \geq 3$ 일 때 각 실이 이루는 각은 모두 같고, 그림 1과 그림 2에서처럼 각 실이 막대와 연결된 지점이 너트와 한 칸씩 가까워질수록 걸리는 장력의 크기는 k 배가 된다. 중력 가속도는 g 이고, 물체의 크기와 공기 저항, 실의 질량과 두께, 모든 마찰은 무시한다.

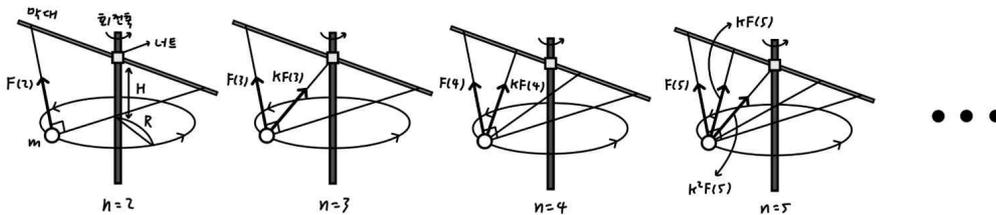


그림 1

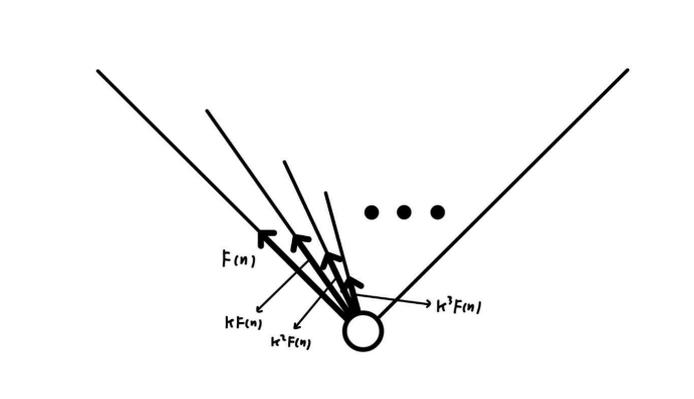


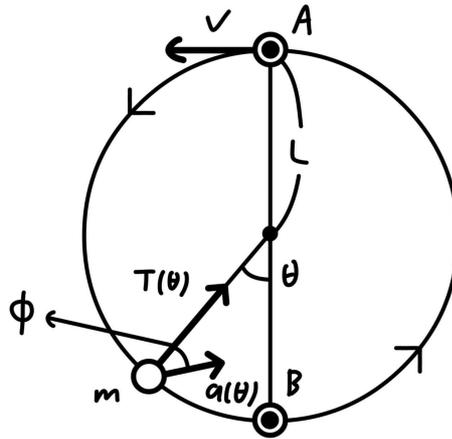
그림 2

$$n \text{이 홀수일 때 } F(n) = \frac{\sqrt{R^2 + H^2} mg}{H(k^{f(n)} + 2 \sum_{j=0}^{g(n)} k^j \cos \frac{h(n) - 2j}{4n + d} \pi)} \text{이고, } n \text{이 짝수일 때}$$

$$F(n) = \frac{\sqrt{R^2 + H^2} mg}{2H \sum_{j=0}^{i(n)} k^j \cos \frac{h(n) - 2j}{4n + d} \pi} \text{이며, } f(d+6) + g(d+8) + h(d+10) + i(d+12) = e \text{이다.}$$

(이 e 는 자연로그의 밑이 아님에 주의한다.)

(라) 질량이 m 인 물체가 벽 위의 고정된 못에 연결된 길이가 L 로 일정한 실에 매달려 원운동을 하고 있다. 점 A와 B는 각각 원궤도는 최고점과 최저점이다. 좌측을 기준으로 물체에 연결된 실이 A, B를 지나는 직선과 이루는 각이 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$)가 되는 순간, 실에 걸리는 장력의 크기는 $T(\theta)$ 이고, 물체의 가속도의 크기는 $a(\theta)$ 이다. 이때 장력과 가속도가 서로 이루는 각은 ϕ 이다. 이 ϕ 의 최댓값을 ϕ_{\max} 라고 하자. 중력 가속도는 g 이고, 물체의 크기와 실의 질량, 공기 저항 및 모든 마찰은 무시한다.



여기서 v 에 관한 식 $X(v)$ 에 대하여 $X(v) = \cot^2 \phi_{\max}$ 일 때, $f = \sum_{n=1}^{10} X(\sqrt{ngL})$ 이다.

$a+b+c+d+e+f$ 를 구하시오. [??점]

Thanks for trying this problem