제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{16} \times 2^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

$2^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}}$

2. 함수 $f(x)=2x^2+5x-2$ 에 대하여 $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ 의 값은? [2점]

$f'(1)$

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

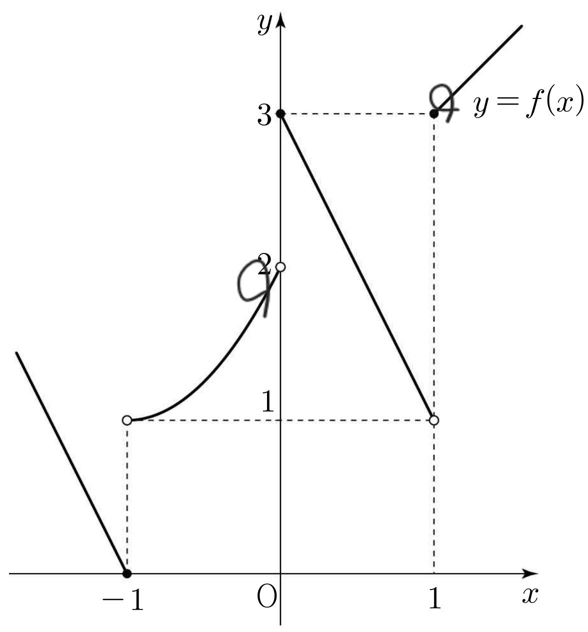
3. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta=-2$ 일 때, $\sin(\pi+\theta)$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\sqrt{5}$ 2 -1

$-\frac{2}{\sqrt{5}}$

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 0-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)-f(1)=x^3+4x^2-5x$$

를 만족시킬 때, $\int_1^2 f'(x)dx$의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

$f'=3x^2+8x-5$

$x^3+4x^2-5x \Big|_1^2$

$7+12-5$

6. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$r=2$

$$\frac{a_3+a_4}{a_1+a_2}=4,\quad a_2a_4=1$$

일 때, a_6+a_7의 값은? [3점]

2^3+2^4

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

$a\cdot r\cdot a\cdot r^3=1$

$a^2=2^{-4}$

$a=2^{-2}$

8 16

7. 함수 $f(x)=x^3-3x+2a$의 극솟값이 $a+3$일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$3x^2-3$

$1-3+2a=a+3$

$a=5$

$-1+3+10$

8. 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf'(x) = 6x^3 - x + f(0) + 1$$

을 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$f' = 6x^2 - 1$ $f(0) = -1$

$f = 2x^3 - x - 1$

$-2+1-1$

9. 좌표평면 위에 서로 다른 세 점 $\mathrm{A}(0, -\log_2 9)$, $\mathrm{B}(2a, \log_2 7)$, $\mathrm{C}(-\log_2 9, a)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(b, \log_8 7)$일 때, 2^{a+3b}의 값은? [4점]

① 63 ② 72 ③ 81 ④ 90 ⑤ 99

$\log_2 \frac{7}{9} + a = \log_2 7$

$a = \log_2 9$

$\log_2 9 = 3b$

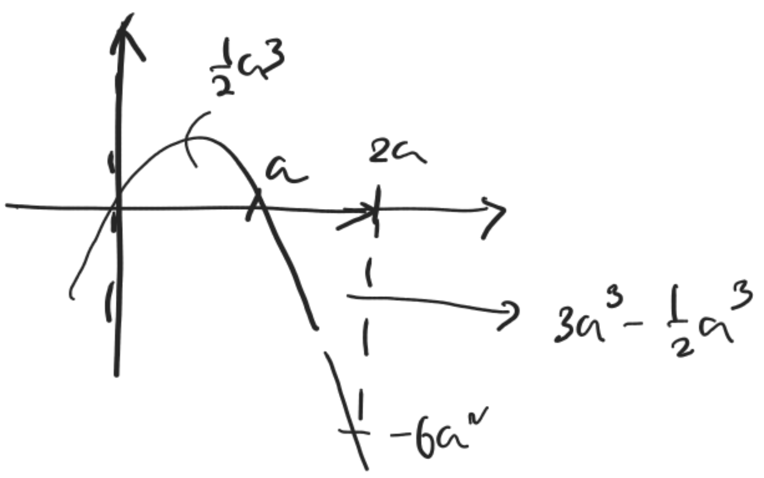
$9 \cdot 9$

10. 양수 a에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = 3t(a-t)$$

이다. 시각 $t=0$에서 점 P의 위치는 16이고, 시각 $t=2a$에서 점 P의 위치는 0이다. 시각 $t=0$에서 $t=5$까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

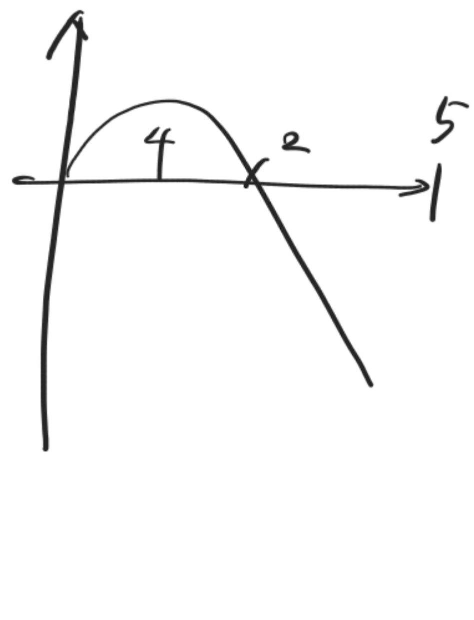
① 54 ② 58 ③ 62 ④ 66 ⑤ 70



$3 \cdot 2a = a$

$2a^3 = 16$

$a = 2.$



$3 \cdot 5(2-5)$

-45

135

$\frac{3 \cdot 45}{2} - \frac{27}{2}$

$\frac{108}{2} = 54$

11. 공차가 $d\,(0<d<1)$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) a_5 는 자연수이다.
> (나) 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_8=\frac{68}{3}$ 이다.

$8 \cdot a_{4.5} = \frac{68}{3}$

a_{16} 의 값은? [4점]

① $\frac{19}{3}$ ② $\frac{77}{12}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{79}{12}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

$a_{4.5} = \frac{17}{3\cdot 2} = \frac{17}{6} = 3-\frac{1}{6}$

$a_4 = 3-\frac{1}{3}$

$d=\frac{1}{3}$, $a_5=3.$

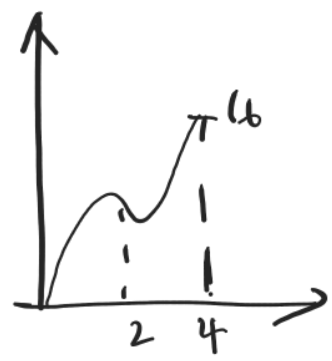
$3+\frac{11}{3}$

12. 두 상수 a, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0 \le x < 4$ 일 때, $f(x)=x^3+ax^2+bx$ 이다.
> (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4)=f(x)+16$ 이다.

$\int_4^7 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

① $\frac{255}{4}$ ② $\frac{261}{4}$ ③ $\frac{267}{4}$ ④ $\frac{273}{4}$ ⑤ $\frac{279}{4}$



$4x+(x)(x-2)(x-4)$

x^3-6x^2+8x

$\int_0^3 : \frac{1}{4}x^4-2x^3+6x^2 \Big|_0^3$

$\frac{81}{4}-54+54$

$\frac{81}{4}$

$\frac{81}{4}+16\cdot 3$

48

$\frac{81+192}{4}$

273

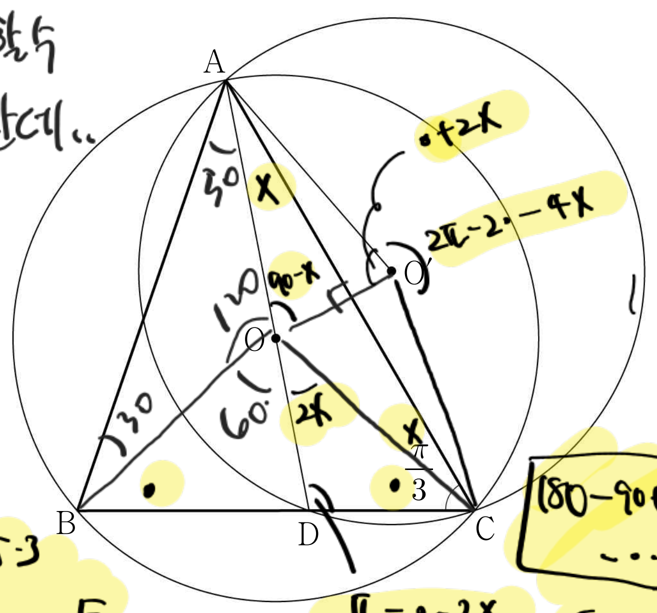
13. 그림과 같이

$$\overline{BC}=\frac{36\sqrt{7}}{7},\quad \sin(\angle BAC)=\frac{2\sqrt{7}}{7},\quad \angle ACB=\frac{\pi}{3}$$

인 삼각형 ABC 가 있다. 삼각형 ABC 의 외접원의 중심을 O, 직선 AO가 변 BC 와 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 ADC 의 외접원의 중심을 O′ 이라 할 때, $\overline{AO'}=5\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{OO'}^2$ 의 값은? (단, $0<\angle BAC<\frac{\pi}{2}$) [4점]

이거 · 각 구할수 있긴한데..



81+75−2·9·5√3·√3/2

81+75−135

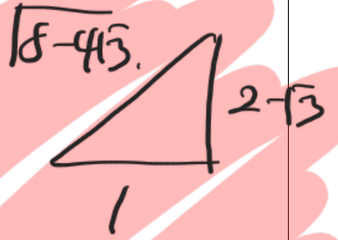
45·3

① 21 ② $\frac{91}{4}$ ③ $\frac{49}{2}$ ④ $\frac{105}{4}$ ⑤ 28

$\frac{36}{\sqrt{7}}=2R\cdot\frac{2}{\sqrt{7}}$

$R=9.\ =\overline{AO}.$

$\tan\angle OAN=\dfrac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{1+\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}=\dfrac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{1+\frac{2}{\sqrt{3}}}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

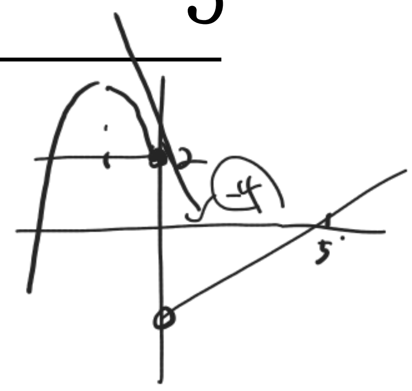


$7-4\sqrt{3}+1=8-4\sqrt{3}.$

14. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases}-2(x+1)^2+4 & (x\le 0)\\ a(x-5) & (x>0)\end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 $f(k)=g(k)$를 만족시키는 서로 다른 모든 실수 k의 값이 $-2,\ 0,\ 2$일 때, $g(2a)$의 값은? [4점]



① 14 ② 18 ③ 22 ④ 26 ⑤ 30

(−2, 2) (0, 2) (2,)

f가 아니고 g네..

$f(x)=2+(x+2)(x)(x-p)$

$f'(0)=-2p.\ \le -4$

$f(2)=2+8(2-p)=18-8p.$

$f'(2)=2(2-p)+4(2-p)+8.$

$=20-6p.$

$18-8p=-3a$

$20-6p=a$

$-60+18p=18-8p$

$26p=78$

$p=3$, $a=2$

$g(4)=2+6\cdot4\cdot1=26$

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\frac{1}{2}a_n & \left(\frac{1}{2}a_n\text{이 자연수인 경우}\right)\\ (a_n-1)^2 & \left(\frac{1}{2}a_n\text{이 자연수가 아닌 경우}\right)\end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_7=1$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① 120 ② 125 ③ 130 ④ 135 ⑤ 140

7 6 5 4 3 2 1

1 - 2 - 4 - 8 - 16 - 32 64

~~3~~ 14

5 10.

~~1~~

3 6 12 24 51

0 - 1 - 2 - 4 - 8 16

3 6

27

0 - 1 - 2 4

0 1

⋮

9th 5 6 7

단답형

16. 방정식 $\log_5(x+9)=\log_5 4+\log_5(x-6)$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$(x+9)=4(x-6)$

$x+9=4x-24$

$33=3x$

$\boxed{x=11}$

17. 함수 $f(x)=(x-3)(x^2+x-2)$에 대하여 $f'(5)$의 값을 구하시오. [3점]

$(x^2+x-2)\cdot+(x-3)(2x+1)$

$28+2\cdot 11$

$\boxed{50}$

8-24
(2, -16)
$3x^2-12.$

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{15}(3a_k+2)=45,\quad 2\sum_{k=1}^{15}a_k=42+\sum_{k=1}^{14}a_k$$

30 10

일 때, a_{15}의 값을 구하시오. [3점]

$\sum^{15} a = 5$

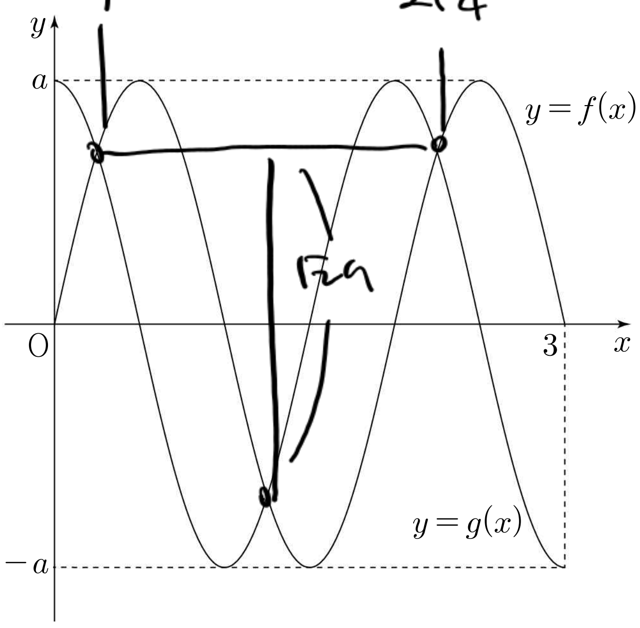
$-32 = \sum^{14} a$

$\boxed{37}$

19. 양수 a에 대하여 $0 \le x \le 3$에서 정의된 두 함수

$$f(x)=a\sin\pi x,\quad g(x)=a\cos\pi x$$

가 있다. 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 만나는 서로 다른 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 2일 때, a의 값을 구하시오. [3점]



$2\cdot\sqrt{2}a\cdot\frac{1}{2}=2$ $\boxed{2}$

$a=\sqrt{2}.$

20. 두 함수 $f(x)=x^3-12x$, $g(x)=a(x-2)+2\ (a\neq 0)$에 대하여 함수 $h(x)$는 (0.0) (2.2)

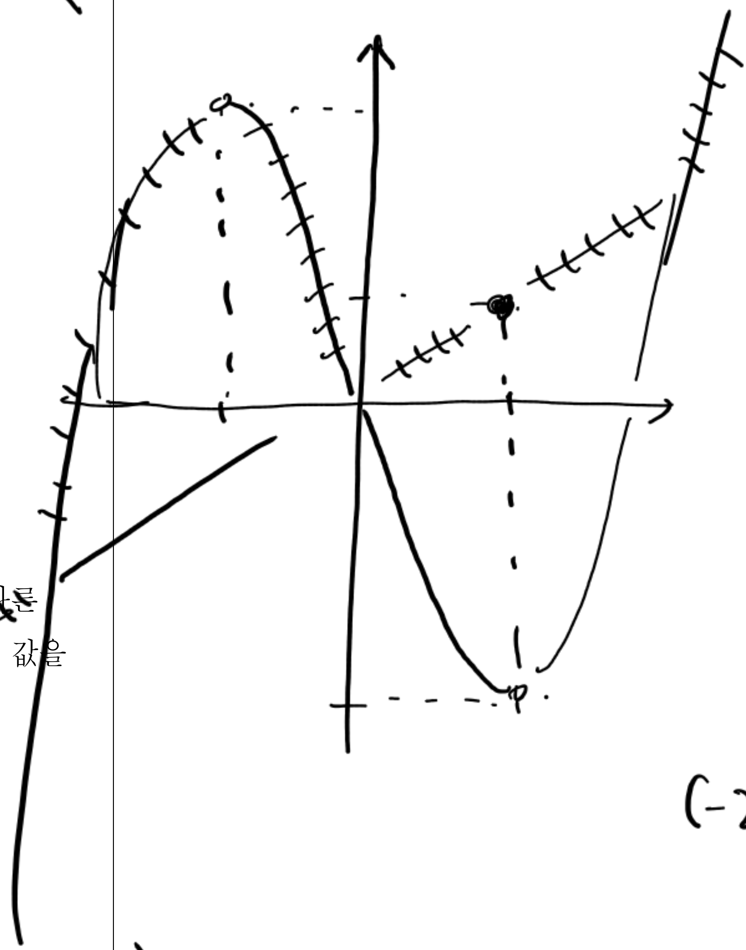
$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)\ge g(x)) \\ g(x) & (f(x)<g(x)) \end{cases}$$

큰거.

이다. 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 실수 a의 값의 범위는 $m<a<M$이다.

함수 $y=h(x)$의 그래프와 직선 $y=k$가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 실수 k가 존재한다.

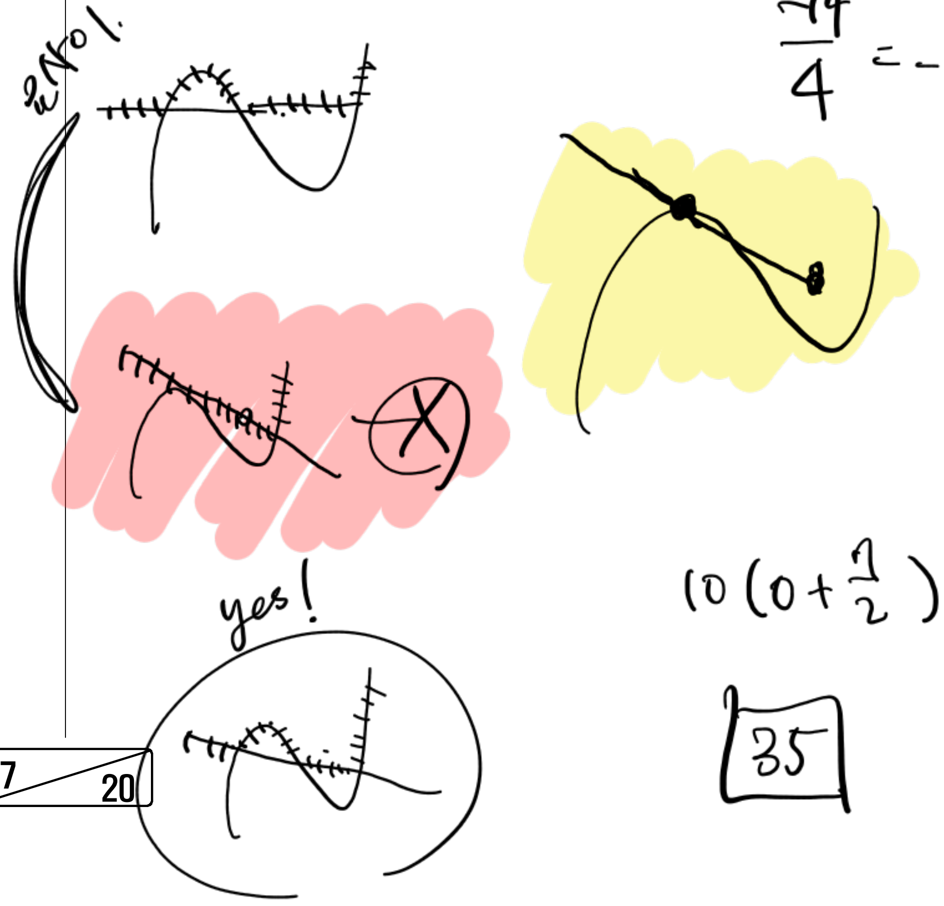
$10\times(M-m)$의 값을 구하시오. [4점]



별로 안중요했네...

(-2.6) ~ (2.2)

$\frac{-14}{4} = -\frac{7}{2}$



$10(0+\frac{7}{2})$

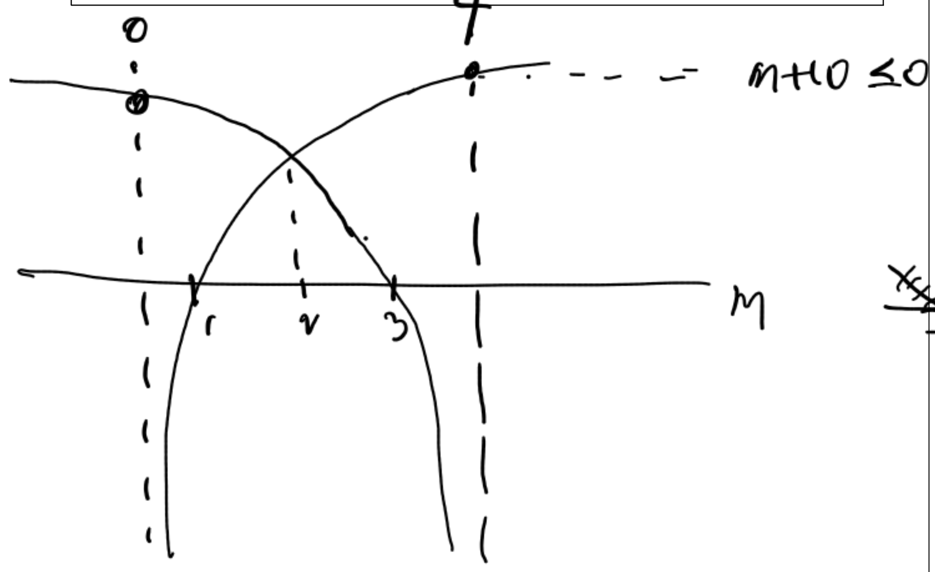
$\boxed{35}$

21. $m \le -10$ 인 상수 m 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

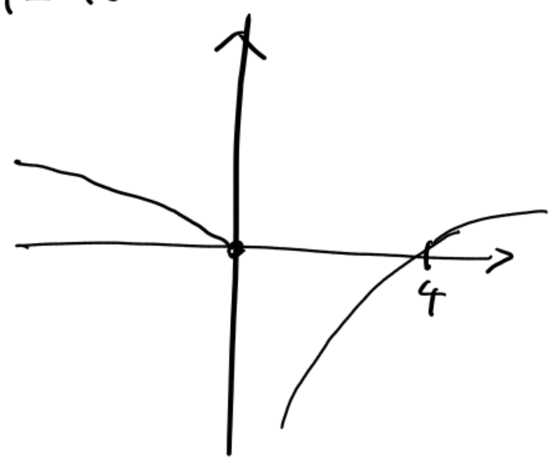
$$f(x)=\begin{cases} |5\log_2(4-x)+m| & (x \le 0) \\ 5\log_2 x+m & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 실수 $t\,(t>0)$ 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x)=t$ 의 모든 실근의 합을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(m)$ 의 값을 구하시오. [4점]

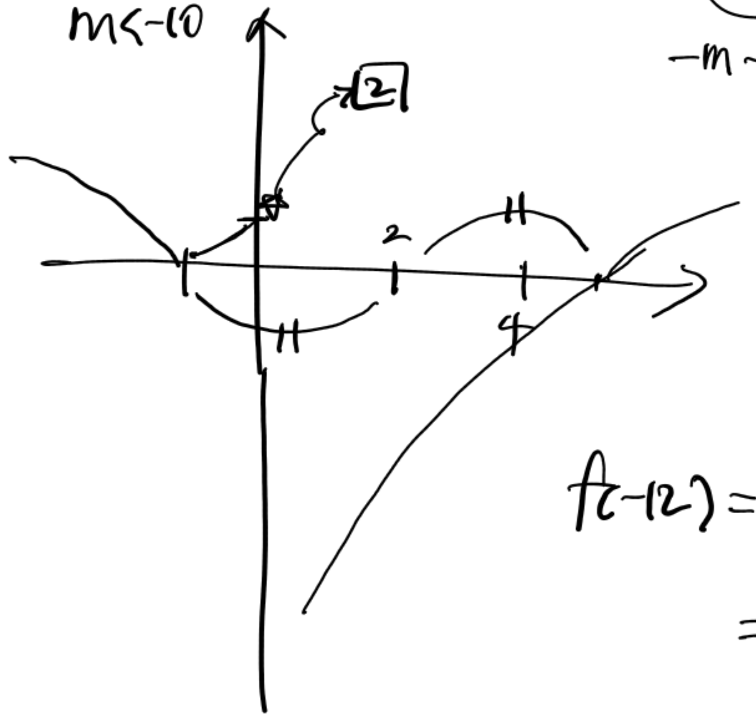
$t \ge a$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $g(t)=g(a)$ 가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값은 2 이다.



$m=-10$



$m<-10$



$m=-12$

$-m-10=2$

$f(-12)=5\cdot4-12$

$=8$

$\boxed{8}$

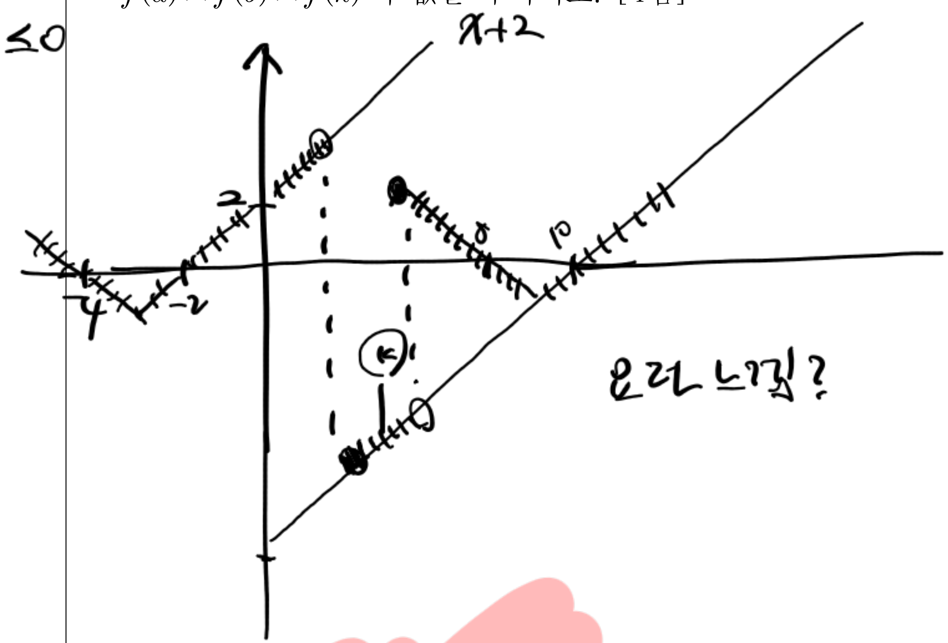
22. 두 자연수 a, $b\,(a<b<8)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x)=\begin{cases} |x+3|-1 & (x<a) \\ x-10 & (a \le x < b) \\ |x-9|-1 & (x \ge b) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$ 와 양수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)f(x+k)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다. (나) $f(k)<0$

$f(a)\times f(b)\times f(k)$ 의 값을 구하시오. [4점]



오리 느낌?

-4. -2. a. b. 8. 10.

a-k. b-k 8-k 10-k

$b=a+2$.

$a-k=-4$.

$8-k=a$

$a=2$. $k=6$

모순...

시발...

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식 $(2x+1)^5$의 전개식에서 x^2의 계수는? [2점]

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

24. 두 사건 A, B가 서로 독립이고,

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{2},\quad \mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{1}{4}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{13}{24}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{17}{24}$

No. 22

$b=a+k$ 면..

$-4.\ -2.\ a.\ b.\ 8.\ 10,$

$a-k \quad b-k \quad 8-k \quad 10-k$

① ③ ②

③ $(a+2)(b-10)=(a-10)\cdot(-b+8)$

연속

① a: $-4+k$, $-2+k$

② a: $8-2k$, $10-2k$

$k=4$, $a=0$ $\quad k=\frac{14}{3}$, $a=\frac{2}{3}$ $\quad k=\frac{10}{3}$, $a=\frac{4}{3}$ $\quad \boxed{k=4,\ a=2}$

$(\because a=짝수)$

$\boxed{b=6}$

9 20

$\therefore$ $a.\ k.\ b$ / $2\ \ 4\ \ 6$

$f(2)\cdot f(4)\cdot f(6)$

$(-8)\times(-6)\times(2)$

$\boxed{96}$

③도 만족

$f(-4)=-8$ ✓.

25. $0 < a < b$인 두 상수 a, b에 대하여 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	a	b	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{3}$	a	b	1

$\mathrm{E}(X)=\frac{5}{18}$일 때, ab의 값은? [3점]

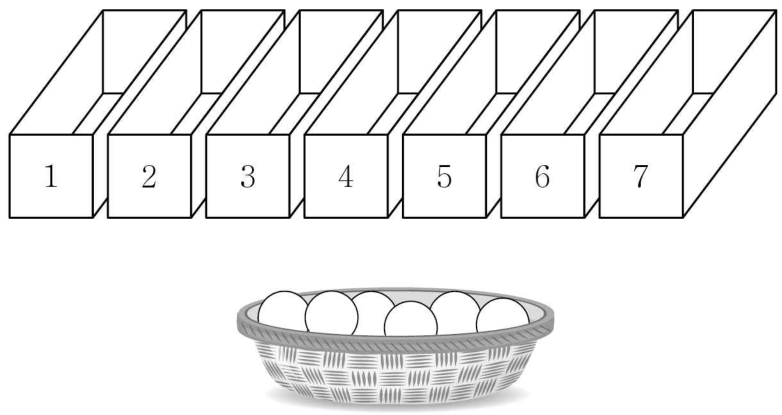
① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{15}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

26. 공이 3개 이상 들어 있는 바구니와 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적힌 7개의 비어 있는 상자가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가
> n ($n=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$)일 때,
>
> 숫자 n이 적힌 상자에 공이 들어 있지 않으면
> 바구니에 있는 공 1개를 숫자 n이 적힌 상자에 넣고,
>
> 숫자 n이 적힌 상자에 공이 들어 있으면
> 바구니에 있는 공 1개를 숫자 7이 적힌 상자에 넣는다.

이 시행을 3번 반복한 후 숫자 7이 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수가 1 이상일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{18}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{1}{2}$



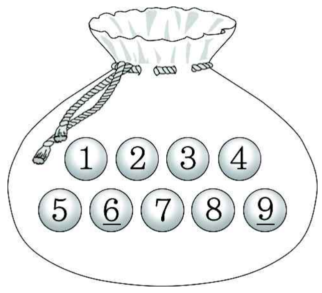
27. 세 문자 P, Q, R 중에서 중복을 허락하여 8개를 택해 일렬로 나열하려고 한다. 다음 조건이 성립하도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

> 나열된 8개의 문자 중에서 세 문자 P, Q, R의 개수를 각각 p, q, r이라 할 때 $1 \leq p < q < r$이다.

① 440 ② 448 ③ 456 ④ 464 ⑤ 472

28. 주머니에 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 공을 한 개씩 4번 꺼내어 나온 공에 적혀 있는 수를 꺼낸 순서대로 a, b, c, d라 하자. $a \times b + c + d$가 홀수일 때, 두 수 a, b가 모두 홀수일 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [4점]

① $\frac{5}{26}$ ② $\frac{3}{13}$ ③ $\frac{7}{26}$ ④ $\frac{4}{13}$ ⑤ $\frac{9}{26}$



단답형

29. 두 양수 m, σ에 대하여 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 1^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(m^2+2m+16,\ \sigma^2)$을 따르고, 두 확률변수 X, Y는

$$\mathrm{P}(X \le 0)=\mathrm{P}(Y \le 0)$$

을 만족시킨다. σ의 값이 최소가 되도록 하는 m의 값을 m_1이라 하자. $m=m_1$일 때, 두 확률변수 X, Y에 대하여

$$\mathrm{P}(X \ge 1)=\mathrm{P}(Y \le k)$$

를 만족시키는 상수 k의 값을 구하시오. [4점]

30. 두 집합

$$X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\},\quad Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to Y$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $f(1) \le f(2) \le f(1)+f(3) \le f(1)+f(4)$
(나) $f(1)+f(2)$는 짝수이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{5^{2x}-1}{e^{3x}-1}$ 의 값은? [2점]

$\frac{2\ln 5 \cdot 5^{2x}}{3e^{3x}}$

① $\frac{\ln 5}{3}$ ② $\frac{1}{\ln 5}$ ③ $\frac{2}{3}\ln 5$ ④ $\frac{2}{\ln 5}$ ⑤ $\ln 5$

24. 매개변수 $t\ (t>0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = 3t - \frac{1}{t}, \quad y = te^{t-1}$$

에서 $t=1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

$\frac{(t+1)e^{t-1}}{3+\frac{1}{t^2}}$

$\frac{2}{4}$

25. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\left\{a_n\times\left(\sqrt{n^2+4}-n\right)\right\}=6$$

$\lim_{n\to\infty} a_n \cdot \frac{2}{n} = 6$

일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{2a_n+6n^2}{na_n+5}$ 의 값은? [3점] $\frac{a_n}{n} \approx 3$

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

$$\frac{\cancel{\frac{2a_n}{n^2}}+6}{\frac{a_n}{n}+\cancel{\frac{5}{n^2}}}$$

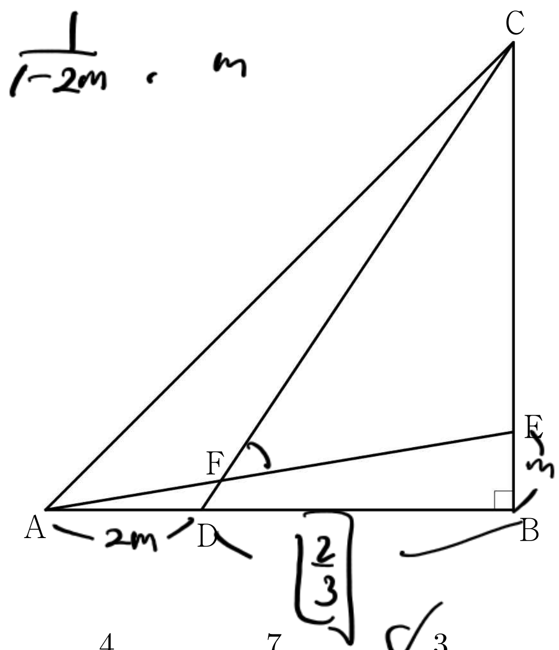
26. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{BC}=1$ 이고 $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 선분 AB 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E가

$$\overline{AD}=2\overline{BE}\ \ (0<\overline{AD}<1)$$

을 만족시킬 때, 두 선분 AE, CD가 만나는 점을 F라 하자. $\tan(\angle CFE)=\frac{16}{15}$ 일 때, $\tan(\angle CDB)$의 값은?

(단, $\frac{\pi}{4}<\angle CDB<\frac{\pi}{2}$) [3점]

tan: $\frac{1}{1-2m}$ · m



① $\frac{9}{7}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{7}{5}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

$$\frac{\frac{1}{1-2m}-m}{1+\frac{1}{1-2m}m}=\frac{16}{15}$$

$$\frac{1-m(1-2m)}{1-2m+m}=\frac{2m^2-m+1}{1-m}=\frac{16}{15}$$

$42m^2$ 41

$1-m=15\cdot 2m^2$

$30m^2+m-1=0$ $m=\frac{1}{6}$

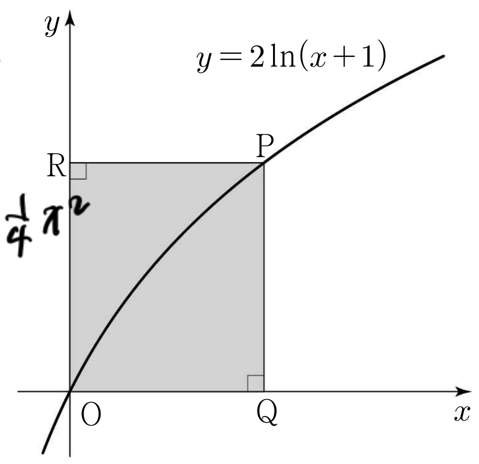
6 −1
5 1

27. 양수 t 에 대하여 곡선 $y=2\ln(x+1)$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ 2\ln(t+1))$ 에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이를 $f(t)$ 라 하자. $\displaystyle\int_1^3 f(t)dt$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① $-2+12\ln 2$ ② $-1+12\ln 2$ ③ $-2+16\ln 2$ ④ $-1+16\ln 2$ ⑤ $-2+20\ln 2$

$\int \ln x = x\ln x - x$

$\int x\ln x = \frac{1}{2}x^2\ln x - \frac{1}{4}x^2$



$\int_1^3 2t\cdot\ln(t+1)\ dt.$

$\int_1^3 2(t+1)\ln(t+1) - \int_1^3 2\ln(t+1)\ dt.$

$\int_2^4 2x\ln x\ dx - \int_2^4 2\ln x\ dx$

$x^2\ln x - \frac{1}{2}x^2 - 2x\ln x + 2x \Big|_2^4$

$32\ln 2 - 8 - (16\ln 2 + 8 - \{4\ln 2 - 2 - 4\ln 2 + 4\}$

$16\ln 2 - 2$

$k^4 - 5k^2 + 4 \le 0$

① ④ k^2

$k^2 - 5 + \frac{4}{k^2} \le 0$

$\boxed{k=2.\ m=1}$

$4k^2 - 8 + \frac{4}{k^2} - 3k^2 + 3$

28. 최고차항의 계수가 1 이고 역함수가 존재하는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 실수 $k\,(k>0)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 는

$$h(x)=\begin{cases} \dfrac{g(x)-k}{x-k} & (x\neq k) \\ \dfrac{1}{3} & (x=k) \end{cases}$$

$\frac{g(9)-2}{9-2}$

이다. 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값이 최대일 때, k 의 값을 α 라 하자.

(가) $h(0)=1$
(나) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$\frac{g(0)-k}{-k}=1.\quad g(0)=0.$

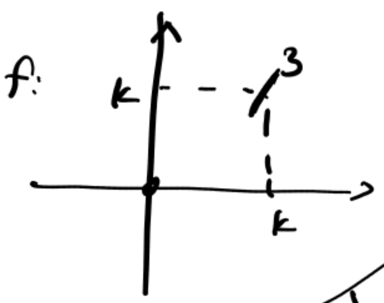
$g(k)=k.\ g'(k)=\frac{1}{3}$

$k=\alpha$ 일 때, $\alpha\times h(9)\times g'(9)$ 의 값은? [4점]

2 $\quad 2\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{12}$

① $\frac{1}{84}$ ② $\frac{1}{42}$ ③ $\frac{1}{28}$ ④ $\frac{1}{21}$ ⑤ $\frac{5}{84}$

f:



$\boxed{x + x(x-2)(x-1)}$

$1 + 1\cdot 2 + 3\cdot 2 + 3\cdot 1$

$= 12.$

$f(x) = x + (x)(x-k)\cdot(x-m)$

$f(k) = 1 + k(k-m) = 3.$

$k(k-m) = 2$

$k-m = \frac{2}{k}$

$m = k - \frac{2}{k}$ // 중독.

$f'(0) = 1 + km.$

$= 1 + k^2 - 2$

$= k^2 - 1$

$f'(0)$ Max at. k max

$f(x)$ 부호변화 X.

$x^2-(m+k)x+mk \quad 2x^2-(k+m)x$

$f' = 1 + (x-k)(x-m) + x(2x-k-m)$

$= 3x^2 - 2(k+m)x + mk + 1$

$D/4:\ (k+m)^2 - 3(mk+1) \le 0$

$4(k-\frac{1}{k})^2 - 3(k^2-1) \le 0$

(Time over).

단답형

29. 첫째항이 1이고 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty}(20a_{2n}+21|a_{3n-1}|)=0$$

이다. 첫째항이 0이 아닌 등비수열 $\{b_n\}$에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3|a_n|+b_n}{a_n}$이 수렴할 때, $b_1\times\sum_{n=1}^{\infty}b_n$의 값을 구하시오. [4점]

let a_n 공비 $(-r)$

$$\frac{20\cdot(-r)}{1-r^2}+\frac{21(r)}{1-r^3}=0$$

$$20r(1-r^3)=21r(1-r^2)$$

$$20-20r^3=21-21r^2$$

$$20r^3-21r^2+1=0.$$

$$(r-1)(20r^2-r-1)=0$$

4 -1

5 1

$\boxed{r=\frac{1}{4}}$

$\boxed{12}$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3\cdot(\frac{1}{4})^{n-1}+b_n}{(-\frac{1}{4})^{n-1}}=0$$

$$b_n=-3\cdot(\frac{1}{4})^{n-1}$$

$$b_1=-3\ .\quad \sum_{1}^{\infty}b_n=\frac{-3}{1-\frac{1}{4}}=-4$$

30. 상수 $a\,(0<a<1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\int_0^x \ln(e^{|t|}-a)dt$$

f' 우

f 기.

라 하자. 함수 $f(x)$와 상수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=\ln\frac{3}{2}$에서 극값을 갖는다. $a=\frac{1}{2}$.

(나) $f\left(-\ln\frac{3}{2}\right)=\frac{f(k)}{6}$ $=-f(\ln\frac{3}{2})$

$\int_0^k \frac{|f'(x)|}{f(x)-f(-k)}dx=p$일 때, $100\times a\times e^p$의 값을 구하시오.

[4점]

$$\int_0^{\ln\frac{3}{2}} \ln(e^x-\frac{1}{2})dx=\int_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{\ln u}{u+\frac{1}{2}}du$$

$e^x-\frac{1}{2}=u.$ $\ln u=v$

$e^x dx=du$ $u=e^v.$

$(u+\frac{1}{2})dx=du$ $du=e^v dv$

$$\int_{-\ln 2}^{0}\frac{v}{e^v+\frac{1}{2}}\cdot e^v dv$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a}=(4,\ 1)$, $\vec{b}=(-2,\ 0)$에 대하여 $|\vec{a}+\vec{b}|$의 값은? [2점]

① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

24. 타원 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2a^2}=1$ 위의 점 $(2,\ a)$에서의 접선의 기울기가 -3일 때, a의 값은? (단, a는 양수이다.) [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

25. 좌표평면 위의 점 A(4, 2)에 대하여

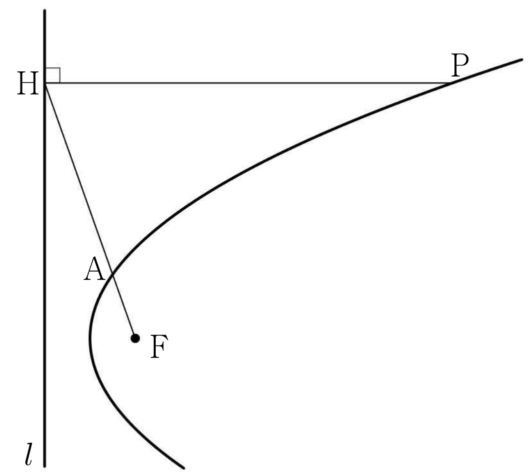
$$\left(\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right)\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=0$$

을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형이 x축, y축과 만나는 점을 각각 B, C라 할 때, 삼각형 OBC의 넓이는?
(단, O는 원점이다.) [3점]

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

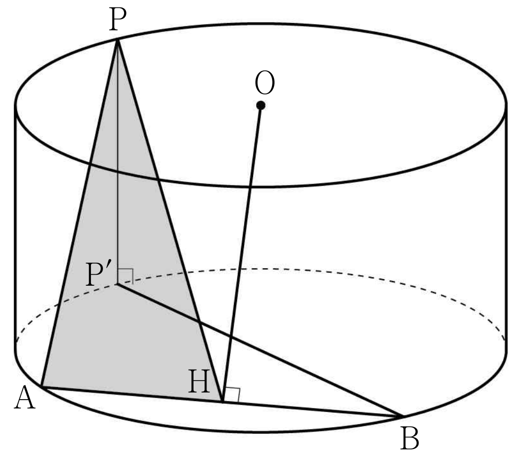
26. 점 F를 초점으로 하고 직선 l을 준선으로 하는 포물선이 있다. 이 포물선 위의 한 점 P에서 준선 l에 내린 수선의 발을 H라 하고, 선분 FH가 이 포물선과 만나는 점을 A라 하자. 점 F와 직선 l 사이의 거리가 4이고 $\overline{\mathrm{HA}}:\overline{\mathrm{AF}}=3:1$일 때, 선분 PH의 길이는? [3점]

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27



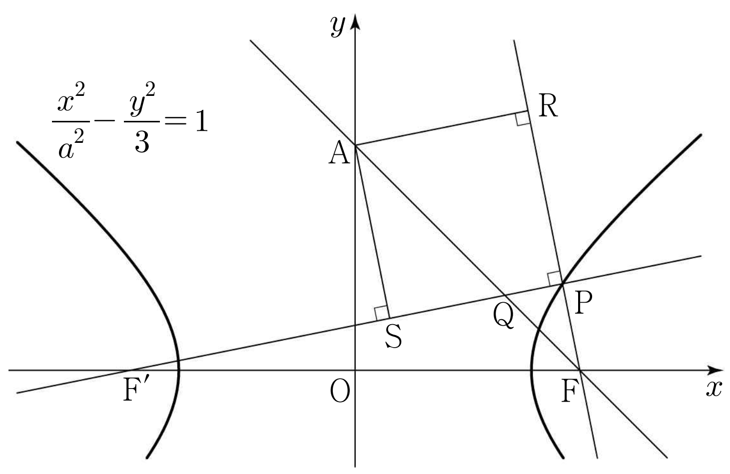
27. 밑면의 반지름의 길이가 3, 높이가 3인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 한 밑면의 둘레 위의 한 점 P에서 다른 밑면에 내린 수선의 발을 P′이라 하고, 점 P를 포함하는 밑면의 중심을 O라 하자. 점 P′을 포함하는 밑면의 둘레 위의 서로 다른 두 점 A, B에 대하여 점 O에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{\mathrm{BP'}}=6$, $\overline{\mathrm{OH}}=\sqrt{13}$ 일 때, 삼각형 PAH의 넓이는? [3점]

① $\sqrt{5}$ ② $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{5}$



28. 두 양수 a, c에 대하여 두 점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F'}(-c,\ 0)$을 초점으로 하는 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{3}=1$이 있다. 두 직선 PF, PF′이 서로 수직이 되도록 하는 이 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면 위의 점을 P, $\overline{\mathrm{PQ}}=\dfrac{a}{3}$인 선분 PF′ 위의 점을 Q라 하자. 직선 QF와 y축이 만나는 점을 A라 할 때, 점 A에서 두 직선 PF, PF′에 내린 수선의 발을 각각 R, S라 하자. $\overline{\mathrm{AR}}=\overline{\mathrm{AS}}$일 때, a^2의 값은? [4점]

① $\dfrac{18}{5}$ ② 4 ③ $\dfrac{22}{5}$ ④ $\dfrac{24}{5}$ ⑤ $\dfrac{26}{5}$



단답형

29. 좌표평면 위의 세 점 A(2, 0), B(6, 0), C(0, 1)에 대하여 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

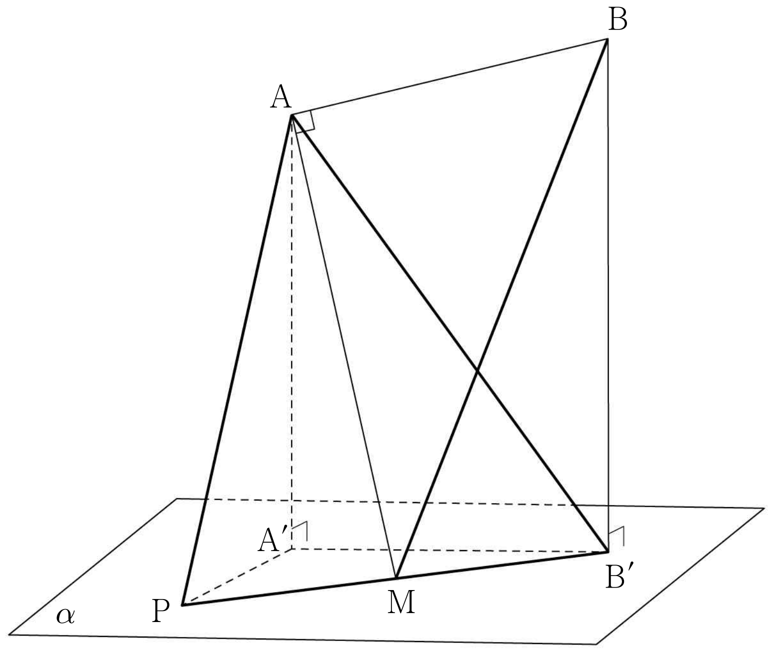
> (가) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BP}} = 0$, $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} \geq 0$
> (나) $\overrightarrow{\mathrm{QB}} = 4\overrightarrow{\mathrm{QP}} + \overrightarrow{\mathrm{QA}}$

$|\overrightarrow{\mathrm{QA}}| = 2$일 때, $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AQ}} = k$이다. $20 \times k$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, k는 상수이다.) [4점]

30. 공간에 점 P를 포함하는 평면 α가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 서로 다른 두 점 A, B의 평면 α 위로의 정사영을 각각 A′, B′이라 할 때,

$$\overline{\mathrm{AA'}} = 9,\quad \overline{\mathrm{A'P}} = \overline{\mathrm{A'B'}} = 5,\quad \overline{\mathrm{PB'}} = 8$$

이다. 선분 PB′의 중점 M에 대하여 $\angle \mathrm{MAB} = \frac{\pi}{2}$일 때, 직선 BM과 평면 APB′이 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\cos^2\theta = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항
  - ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.