

대성마이맥에서 역작이라고 강대x를 판매하는데...

서킷은 강매하면서 기하는 없더군요...

기하러들에게 조금이라도 도움이 되고자 만들었습니다.

문제는 평가원, 교육청, 사관 등등의 기출문제,
역대 EBS 모의고사와, 수특, 수완에서 문제를 뽑아내서
정리했을 뿐입니다.

때문에 문제 퀄리티가 그렇게 좋지 못하며,
해설 또한 EBS해설이기 때문에 그리 좋지는 않습니다..

그럼에도 불구하고 공통과목 연습과 함께
선택과목 또한 신경 써야 하기에 분명 도움이 될 것입니다.

난이도는 27~30번에 맞게 가져왔지만
문제가 문제이다 보니...
체감 난도는 조금 더 낮아질 거라 생각합니다.

시간 날 때마다 시즌에 맞춰
4회, 4회, 8회, 8회로 나눌 예정이니
서킷 공통과목을 풀고 바로 이어서 푸시면 됩니다.

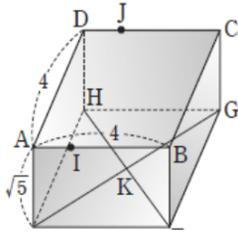
그리고 문제 검토를 꼼꼼하게 못해서
다른 회차에 문제가 겹칠 수도 있어요 π

도움이 되길 바랍니다...

기하러 파이팅...!

수학 영역(기하)

1. 그림과 같이 $\vec{AB} = \vec{AD} = 4$, $\vec{AE} = \sqrt{5}$ 인 직육면체 ABCD-EFGH에서 선분 AB와 선분 DC를 1 : 3으로 내분하는 점을 각각 I, J라 하고, 선분 EG와 선분 FH의 교점을 K라 하자. 평면 IKJ와 평면 BKC가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{6}}{7}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

2. [문제]

좌표평면에서 두 점 $A(1, 0)$, $B(1, 1)$ 에 대하여 두 점 P, Q가

$$|\vec{OP}|=1, \quad |\vec{BQ}|=3, \quad \vec{AP} \cdot (\vec{QA} + \vec{QP}) = 0$$

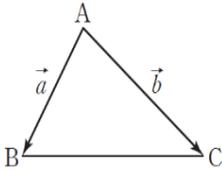
을 만족시킨다. $|\vec{PQ}|$ 의 값이 최소가 되도록 하는 두 점 P, Q에 대하여 $\vec{AP} \cdot \vec{BQ}$ 의 값은?

(단, O는 원점이고, $|\vec{AP}| > 0$ 이다.)

- ① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{9}{5}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ 3 ⑤ $\frac{18}{5}$

수학 영역(기하)

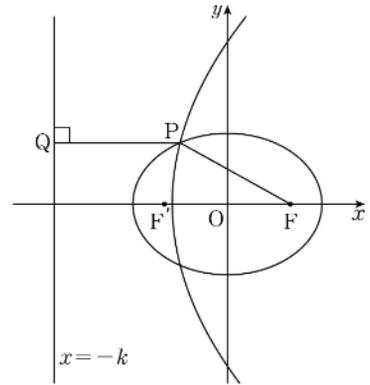
3. 그림과 같은 삼각형 ABC에서 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$ 라 하자. 선분 BC를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 2 : 1로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\vec{AP} + \vec{AQ} = m\vec{a} + n\vec{b}$ 를 만족시키는 두 실수 m, n 에 대하여 $m - n$ 의 값은?



- Ⓛ -4 Ⓜ $-\frac{11}{3}$ Ⓨ $-\frac{10}{3}$ ⓐ -3 ⓑ $-\frac{8}{3}$

4. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 이고 장축의 길이가 12인 타원이 있다. 점 F 가 초점이고 직선 $x = -k$ ($k > 0$)이 준선인 포물선이 타원과 제2사분면의 점 P 에서 만난다. 점 P 에서 직선 $x = -k$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\cos(\angle F'FP) = \frac{7}{8}$
 (나) $\vec{FP} - \vec{F'Q} = \vec{PQ} - \vec{FF'}$



$c + k$ 의 값을 구하시오.

수학 영역(기하)

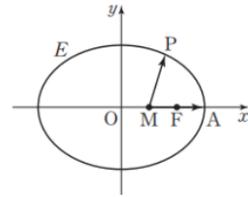
1. 포물선 $y^2 = 8x$ 의 초점을 F라 하자. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = n$ 과 포물선 $y^2 = 8x$ 의 교점을 P_n , 직선 $y = n$ 과 y 축의 교점을 Q_n , $a_n = \vec{P_n F} + \vec{P_n Q_n}$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은?

- ① $\frac{465}{4}$ ② $\frac{233}{2}$ ③ $\frac{467}{4}$ ④ 117 ⑤ $\frac{469}{4}$

2. 그림과 같이 타원 $E : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 의 한 초점 F에 대하여 선분 OF의 중점을 M이라 하고, 타원 E의 장축의 한 끝점을 A라 하자. 타원 E위를 움직이는 점 P에 대하여

$$\vec{OQ} = \vec{MA} + \vec{MP}$$

를 만족시키는 점 Q가 나타내는 도형을 D라 할 때, 두 도형 E, D가 만나는 두 점 사이의 거리는? (단, 두 점 F, A의 x 좌표는 양수이고, O는 원점이다.)



- ① $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{7}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{7}}{3}$

수학 영역(기하)

3. 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{32} = 1$ 위의 점 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{AF} < \overline{AF'}$
 (나) 선분 AF 의 수직이등분선은 점 F' 을 지난다.

선분 AF 의 중점 M 에 대하여 직선 MF' 과 쌍곡선의 교점 중 점 A 에 가까운 점을 B 라 할 때, 삼각형 BFM 의 둘레의 길이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오.

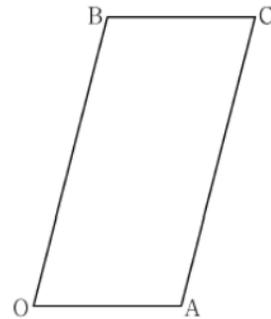
4. [문제]

좌표평면에서 $\overline{OA} = \sqrt{2}$, $\overline{OB} = 2\sqrt{2}$ 이고

$\cos(\angle AOB) = \frac{1}{4}$ 인 평행사변형 $OACB$ 에 대하여 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

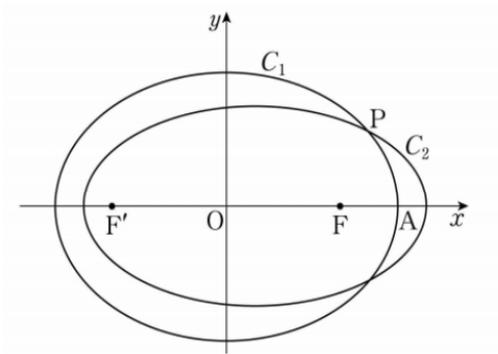
- (가) $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ ($0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 1$)
 (나) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$

점 O 를 중심으로 하고 점 A 를 지나는 원 위를 움직이는 점 X 에 대하여 $|3\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OX}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M \times m = a\sqrt{6} + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.
 (단, a 와 b 는 유리수이다.)



수학 영역(기하)

1. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원을 C_1 이라 하자. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $A(3, 0), F'(-c, 0)$ 인 타원을 C_2 라 하자. 두 타원 C_1 과 C_2 가 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 $\cos(\angle AFP) = \frac{3}{8}$ 일 때, 삼각형 PFA의 둘레의 길이는?



- Ⓐ $\frac{11}{6}$ Ⓑ $\frac{11}{5}$ Ⓒ $\frac{11}{4}$ Ⓓ $\frac{11}{3}$ Ⓔ $\frac{11}{2}$

2. 좌표공간에서 세 양수 a, b, c 에 대하여 중심이 $A(a, b, c)$ 이고 반지름의 길이가 r 인 구 S 가 x 축 위의 점 B에서 접한다. 점 A에서 xy 평면에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 세 점 A, B, H가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 OA가 xy 평면과 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이다.

(나) 직선 OA와 직선 BH가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{3}$ 이다.

$\overline{OB} = 4$ 일 때, r 의 값은? (단, O는 원점이다.)

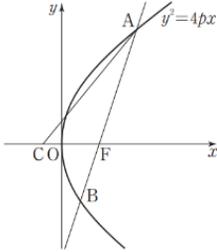
- Ⓐ $2\sqrt{3}$
 Ⓑ $\sqrt{14}$
 Ⓒ 4
 Ⓓ $3\sqrt{2}$
 Ⓔ $2\sqrt{5}$

수학 영역(기하)

3. 그림과 같이 점 $F(p, 0)$ ($p > 0$)을 지나고 기울기가 양수인 직선이 포물선 $y^2 = 4px$ 와 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, x 좌표가 음수인 x 축 위의 점을 C라 할 때, 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\vec{AF} = 2\vec{BF} = 2\vec{CF}$
 (나) $|\vec{AB}| = 9$

선분 AC의 길이는? (단, 점 A는 제1사분면에 있다.)



- ① $\sqrt{51}$
- ② $\sqrt{53}$
- ③ $\sqrt{55}$
- ④ $\sqrt{57}$
- ⑤ $\sqrt{59}$

4. 서로 평행한 두 직선 l_1, l_2 가 있다. 직선 l_1 위의 점 A에 대하여 점 A와 직선 l_2 사이의 거리는 d 이다. 직선 l_2 위의 점 B에 대하여 $|\vec{AB}| = 5$ 이고, 직선 l_1 위의 점 C, 직선 l_2 위의 점 D에 대하여 $|4\vec{AB} - \vec{CD}|$ 의 최솟값은 12이다. $|4\vec{AB} - \vec{CD}|$ 의 값이 최소일 때의 벡터 \vec{CD} 의 크기를 k 라 할 때, $d \times k$ 의 값은? (단, d 는 $d \leq 5$ 인 상수이다.)

[4점]

- ① $16\sqrt{7}$
- ② $32\sqrt{2}$
- ③ 48
- ④ $16\sqrt{10}$
- ⑤ $16\sqrt{11}$

수학 영역(기하)

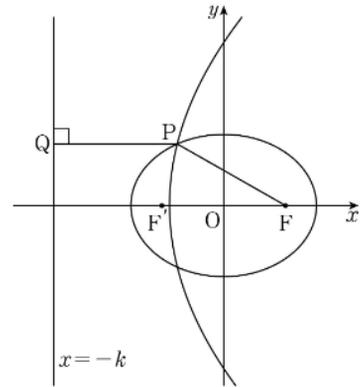
1. 좌표평면 위의 세 점 $A(3, 2)$, $B(1, -1)$, $C(2, 0)$ 에 대하여 점 P 가 $\vec{AC} + \vec{PA} + 2\vec{PB} = \vec{0}$ 를 만족시킬 때, 벡터 \vec{AP} 의 모든 성분의 합은?

- ① $-\frac{13}{3}$ ② $-\frac{11}{3}$ ③ -3 ④ $-\frac{7}{3}$ ⑤ $-\frac{5}{3}$

2. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 장축의 길이가 12인 타원이 있다. 점 F 가 초점이고 직선 $x = -k$ ($k > 0$)이 준선인 포물선이 타원과 제2사분면의 점 P 에서 만난다. 점 P 에서 직선 $x = -k$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\cos(\angle F'FP) = \frac{7}{8}$

(나) $\vec{FP} - \vec{F'Q} = \vec{PQ} - \vec{FF'}$



$c + k$ 의 값을 구하시오.

수학 영역(기하)

3. 평면 위의 등변사다리꼴 ABCD에 대하여 같은 평면 위에 있는 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} + \vec{PD} = \vec{0}$$

$$(나) \vec{DP} = \frac{1}{2} \vec{AB}$$

등변사다리꼴 ABCD의 넓이가 16일 때, $|\vec{AP}|$ 의 최솟값을 구하시오. (단, $\angle B = \angle C$ 이다.)

4. 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC를 한 면으로 하는 사면체 ABCD의 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 삼각형 BCD의 내부에 놓여 있다. 직선 DH가 선분 BC와 만나는 점을 E라 할 때, 점 E가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\angle AEH = \angle DAH$

(나) 점 E는 선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점이고 $DE = 4$ 이다.

삼각형 AHD의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

