2015학년도 고려대학교 자연계 논술

물리 A.

a. 제시문 (가) 에서 'E의 크기는 균일하며 V를 두 판의 거리로 나눈 값과 같다' 라는 문장에 의거하여 $E = \frac{V}{d}$ 입니다. 그리고 문제에서 '가속도가 0' 이란 것은 알짜힘 = 0 과 동치이기 때문에 금속판에 작용하는 힘은 탄성력 = 전기력 입니다. $kx = qE = q\frac{V}{d}$ $\therefore x = \frac{qV}{kd}$

b. 용수철 상수가 클수록 같은 힘을 가해도 잘 늘어나지 않습니다. 그렇다면 금속판 A가 (−) 전극에 거우 닿을 때의 k를 구한 후 그보다 크다고 하면 됩니다. $kx = qE$ 에서 $x = \frac{d}{2}$ 일 때, $\frac{kd}{2} = \frac{qV}{d}$ $\therefore k = \frac{2qV}{d^2}$
따라서 답은 $k > \frac{2qV}{d^2}$

c. 제시문 (가) 에서 전기적 위치에너지는 중력에 의한 위치에너지와 유사하다고 언급했습니다. 이는 전기적 위치에너지 역시 기준점을 중심으로 거리와 비례하다는 것을 뜻합니다. 중력 퍼텐셜은 $mg \times h$ (힘 × 거리) 이듯이, 전기퍼텐셜도 힘×거리 $= qE \times x$ 이런 식이란 뜻입니다. 두 판 중 퍼텐셜이 가장 낮은 오른쪽 −극은 0으로 잡으면, 모든 알짜힘이 0인 (a) 상황을 상정할 때 탄성력에 의한 위치에너지 = 전기력에 의한 위치에너지 이고, 이는 $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{qV}{d}\left(\frac{d}{2} - x\right)$
따라서 모든 위치에너지의 총합은 $\frac{1}{2}kx^2 + \frac{qV}{d}\left(\frac{d}{2} - x\right)$ 입니다.

d. 전압을 걸기 전 상황에서 두 기체는 모든 것이 같은 조건인 완벽한 평형을 이루고 있습니다. 두 기체의 $\frac{PV}{T}$ = 일정 하며 서로 같습니다. 그런데 여기에 전압 V을 가하면 전기력 때문에 금속 A가 오른쪽으로 이동합니다. 기체는 열원에 접촉해 있기 때문에 내부에너지 변화량은 없습니다. (계산을 쉽게 하기 위한 출제자의 배려)
왼쪽 기체가 오른쪽으로 향하는 압력은 P_L, 오른쪽 기체가 왼쪽으로 주는 압력은 P_R 이라 합시다.
$\frac{PV}{T}$ = 일정에서, 왼쪽 기체는 V가 늘어났기 때문에 P가 줄어듭니다. 원래 두 기체의 압력은 P_0 라고 하면

~~$P_L = P_0 \frac{L^2 \frac{d}{2}}{L^2 \frac{d}{2}}$~~ 입니다.

$P_0V_0 = P_LV_L$ 에서 $V_0 = L^2 \times \frac{d}{2}$ (밑면×높이) $V_L = L^2\left(\frac{d}{2} + s\right)$ 이기 때문에

$$P_L = \frac{\frac{L^2}{2}d}{L^2\left(\frac{d}{2} + s\right)}$$

같은 원리로 $P_R = \frac{\frac{L^2}{2}d}{L^2\left(\frac{d}{2} - s\right)}$ 입니다.

문제에선 두 힘의 합을 물어봤기 때문에 힘 = 압력 × 표면적 L^2 을 이용하면

$$\text{합력} = L^2(P_R - P_L) = \frac{\frac{L^2}{2}d}{\frac{d}{2} - s} - \frac{\frac{L^2}{2}d}{\frac{d}{2} + s} = \frac{L^2 sd}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - s^2}$$

합력의 방향은 $P_R > P_L$ 이므로 왼쪽.

MooKEUK

d. 전압을 걸기 전 두 기체는 모든 것이 같습니다. $\frac{PV}{T}$ = 일정. 여기에 V를 걸면 전기에너지의 공급으로 인해 A판이 오른쪽으로 이동합니다. 기체는 열원 T에 접촉했기 때문에 내부에너지 변화량은 없구요.

왼쪽기체가 오른쪽으로 주는 압력은 P_L, 오른쪽 기체가 왼쪽으로 주는 압력은 P_R이라 하면 두 기체의 PV는 계속 일정하다는 전제하에 원래의 기압은 P_0, 원래 한 기체의 부피를 V_0라고 둔 후 계산하면 $P_0V_0 = P_LV_L = P_RV_R$

$$P_L = \frac{P_0V_0}{V_L} = \frac{Nk_BT}{V_L} = \frac{Nk_BT}{L^2(\frac{d}{2}+s)} = \frac{\sqrt{3}qV}{L^2(d+2s)}$$ (문제에 주어진 $T=\frac{\sqrt{3}qV}{2Nk_B}$ 대입) $$P_R = \frac{\sqrt{3}qV}{L^2(d-2s)}$$ (같은원리로)

힘 $F = P\times$단면적(여기선 L^2) 이므로 알짜힘 $= L^2(P_R - P_L) = 4\sqrt{3}\,qVs / d^2-4s^2$ 방향은 왼쪽

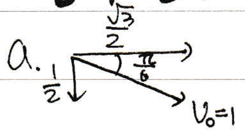
e. 그런데 말입니다. 이게 평형을 이루려면 전기력과 같아야 합니다. 전기력 = 기체의 힘에서

$$\frac{4\sqrt{3}qVs}{d^2-4s^2} = \frac{qV}{d} \Rightarrow d^2-4s^2 = 4\sqrt{3}ds \Rightarrow$$ 인수분해하면 $d^2-4\sqrt{3}ds-4s^2 = (d-2\sqrt{3}s)^2-16s^2=0$

$\therefore [d-(4+2\sqrt{3})s][d-(2\sqrt{3}-4)s]=0$

$\therefore d=(4+2\sqrt{3})s$, $s=$ ~~$\frac{d}{2}$에서 오른쪽으로~~ $\frac{d}{4+2\sqrt{3}}$

물리 B.

a. 

식은 x축부터 합시다. $x = V_0\cos\frac{\pi}{6}\cdot t = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$-y = V_0\sin\frac{\pi}{6}t + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}+5 = \frac{11}{2}$ $(x, y) = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{11}{2})$

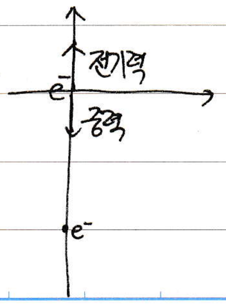
b. x좌표 $x = V_0\cos\theta\cdot t$ $-y = V_0\sin\theta\cdot t + \frac{1}{2}gt^2$ 에서 $|x|=|y|$

$\Rightarrow V_0\cos\theta\cdot t = V_0\sin\theta\cdot t + \frac{1}{2}gt^2$ 일 때의 d를 구하려면 $d = V_0\cos\theta\cdot t \Rightarrow t = \frac{d}{V_0\cos\theta}$

$|y| = d = V_0\sin\theta\cdot t + \frac{1}{2}gt^2$에 $t=\frac{d}{V_0\cos\theta}$ 대입하면 $d = \tan\theta\cdot d + \frac{1}{2}g\cdot\frac{d}{V_0^2\cos^2\theta}$

정리하면 $d = \frac{2V_0\cos^2\theta(1-\tan\theta)}{g}$ 그런데 $d>0$ 이므로 $1-\tan\theta>0$

$\therefore \theta < \frac{\pi}{4}$

c. 

원점의 전자 A는 중력과 전기력이 평형되어 있습니다. 만약 a가 작다면(두 전자가 가깝다면) 전기력이 커지기 때문에 전자 A는 위로 운동할 것이며, a가 크다면 반대로, 아래 방향으로 운동할 것입니다. 그렇다면 속도의 방향이 바뀌는 거니 a는 전기력 = 중력인 때겠죠.

$m_eg = k\frac{e^2}{a^2} \Rightarrow 10^{-29} = 10^{10}\times2^2\times10^{-38}/a^2 \quad \therefore a = \frac{1}{2\sqrt{10}}$

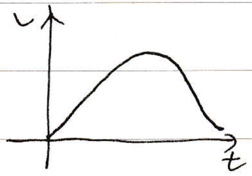
먼저 $h > a$인 경우, 처음 출발시 아래로 출발하기 때문에 최고점 좌표는 시작점 =0

$h < a$인 경우, 출발을 위로 합니다. 원점의 중력퍼텐셜 =0 이라 두면 처음 출발점에서의 총에너지 = $k\frac{e^2}{h}$ 이고

멈췄을 때는, 전기퍼텐셜 일부가 중력퍼텐셜을 올리는데 사용되었죠. 식으로는 $k\frac{e^2}{h} = k\frac{e^2}{y+h} + mgy$ (y는 A의 좌표)

정리하면 $y = \frac{ke^2}{mgh} - h = \frac{40}{h} - h$

도대체 a의 함수로 어떻게 나타내라는건지 모르겠네요....



d. $h > a$일때 전자는 어느순간 정지합니다. 그전까지 속도그래프를 그리면 대강 오른쪽같이 그려지는데, 속력이 최대일때 $\frac{dv}{dt} = 0 =$ 가속도. 즉, 알짜힘 =0 일때, 중력 = 전기력

아까 두 전자의 거리가 $\frac{1}{2\sqrt{10}}$ 일때 알짜힘이 0이였으므로, P의 좌표는 $\frac{1}{2\sqrt{10}} - h = a - h$

속력이 0일때는, 처음 출발한 순간과 멈춘 순간의 중력퍼텐셜 차가 고스란히 전기퍼텐셜로 갈 때.

즉 출발시점의 중력퍼텐셜 + 전기퍼텐셜 = 나중의 중력 Poten + 나중의 전기 Poten + 운동에너지 인데 운동 E=0 이므로

Q의 y좌표를 (-y)라고 하면 $0 + \frac{ke^2}{h} = -mgy + \frac{ke^2}{h-y}$ 정리하면 $y = h - \frac{ke^2}{mgh} = h - \frac{40}{h}$

e. $h < a$일때 중력이 한 일은 $-mgy = mg(h - \frac{40}{h}) = (h - \frac{40}{h}) \times 2\times10^{-18} = W_G$ J

에너지보존 때문에 중력이 한일 + 전자기력이 한일 =0 $\Rightarrow W_E = (\frac{40}{h} - h) \times 2\times10^{-18}$ J.

2014학년도 고려대학교 자연계 논술

자연A 물리

a. 운동량 보존에 의하여 $2mv_1 = mv_0$ $\therefore v_1 = \frac{v_0}{2}$, $l = \frac{v_0}{2}\cdot t_1$ $\therefore t_1 = \frac{2l}{v_0}$

b. n-1번째 벽에서 n번째 벽에 부딪힐 때까지 걸린 시간을 t_n이라 하면 $t_1 = \frac{2l}{v_0}$ 이고 공비가 $\frac{1}{\alpha}$인 등비수열

$t_n = \frac{2l}{v_0\alpha^{n-1}}$ n번째 벽에 부딪힐 때 연직방향의 속도를 y_n'이라 하면 $y_1' = \frac{2gl}{v_0}$ 이고

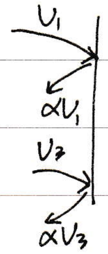
$y_{n+1}' - y_n' = gt_{n+1}$ (계차수열) $y_n' = y_1' + \sum_{k=2}^{n} gt_k = \frac{2gl}{v_0}\left(1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} + \cdots + \frac{1}{\alpha^{n-1}}\right)$

$\therefore y_n' = \frac{2gl}{v_0}\frac{1-\alpha^n}{1-\alpha}$ v_0를 구하기 위해 연직방향의 운동만 관찰하면 $2gh = (y_3')^2$ y축만 보면 등가속도운동.

$2gh = \frac{4g^2l^2}{v_0^2}\left(\frac{1-\frac{1}{\alpha^3}}{1-\frac{1}{\alpha}}\right)^2$ $\therefore v_0^2 = \frac{2gl^2}{h}\left(\frac{\alpha^2+\alpha+1}{\alpha^2}\right)^2$ 루트씌우면 끝

총운동량은 $2m\Delta v_1 + 2m\Delta v_3$ 인데, Δv_1과 Δv_3가 y성분은 없으며 x성분만 바뀌기 때문에, x성분만 따져봅시다.

맨 처음 오른쪽 벽으로 다가오는 공의 속력을 v_1이라고 합시다. (~~문~~ 문제 a. 에서 상정했던 대로)



공이 충돌할 때 속도의 변화 $\Delta v_1 = v_1 - (-\alpha v_1) = (1+\alpha)v_1$ 입니다.

세번째 충돌할 때 $\Delta v_3 = v_3 - (-\alpha v_3) = (1+\alpha)v_3$ 인데, $v_3 = \alpha^2 v_1$ 이므로 $(v_1 \xrightarrow{\times\alpha} v_2 \xrightarrow{\times\alpha} v_3 \xrightarrow{\times\alpha} \cdots)$

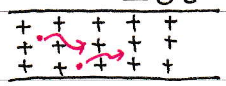
$\Delta v_1 + \Delta v_3 = (1+\alpha)(1+\alpha^2)v_1$ $\quad \therefore 2m(\Delta v_1 + \Delta v_3) = 2m(1+\alpha)(1+\alpha^2)v_1 = m(1+\alpha)(1+\alpha^2)v_0$

운동량의 방향은 오른쪽

c. 오른쪽을 $+x$ 방향으로 잡으면, n번째 충돌직후 x방향 속도는 $(-1)^n \cdot \alpha^n \cdot \frac{v_0}{2} = \frac{(-\alpha)^n}{2} v_0$. 계속줄어든다

편의상 아래 y방향을 $+y$로 잡으면, 시간 t에 따라서 그냥 $v_y = at$ 등가속도운동한다.

$-$ ← I방향 $+$

d.  왼쪽 그림과 같이 도선이 있다고 합니다. 도선의 양전하는 박혀있고 자유전자 •가 도선 양전하 사이를 이동하고 있습니다. 이 그림에서 ↑ 방향을 제시문 (가) 그림의 x방향, → 방향을 y 방향으로 놓고 보면 유사합니다. 에너지를 받은 전자는 마구 부딪히며 → 방향으로 이동하는데 ↑ 방향의 운동량은 양전하들 혹은 다른 자유전자와 계속 충돌하면서 결국 순 움직임은 0에 수렴할 것입니다. → 방향은 전위차 때문에 계속 이동할 것이구요.

단지 (가)와 다른점은, (가)의 물체 B는 아무런 저항 없이 중력의 영향에 의해 밑으로 등가속도 운동하지만, 이 문제의 전자는 다른 입자와 계속 충돌하기 때문에 온전한 등가속도 운동을 할 수 없습니다.

e. 자유전자의 평균 이동속도 (속력 아닙니다)는 매우 작습니다. 하지만 도선을 '전자가 꽉 찬 유체'라고 보면

왼쪽 빨간 박스만큼의 전자가 도선 안으로 유입될 때, 유체이고 밀도가 일정하기 때문에 순간적으로 반대편에 같은 양의 전자가 튀어나오죠. 이것이 전류가 전자의 속도보다 훨씬 빠른 원리입니다.

2014학년도 고려대학교 자연계 논술

자연B 문1

a. 둘이 충돌하기 까지 걸린 시간을 t라 두면 m_1의 이동거리 $r\left(\frac{3}{2}\pi + \beta\right) = v_1 t$

m_2의 이동거리 $r\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = v_2 t$ $\quad \therefore \frac{v_2}{v_1} = \frac{\beta + \frac{\pi}{2}}{\beta + \frac{3}{2}\pi}$

b. $\beta=0$일때 충돌한다는 것은, m_1이 m_2보다 같은시간동안 3배 더 많이 갔단 얘기죠. $v_1=3v_2$

충돌이전 m_1의 속~~력~~도 $v_1=3v_2$, m_2의 속~~력~~도 v_2 / 충돌이후 m_1의 속~~력~~도 v_1', m_2의 속~~력~~도 v_2' 라 하면

운동량 보존에 의하여 $3m_1v_2 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$

탄성충돌이므로 충돌전후 속력의 차이는 같다. $v_2'-v_1' = v_1-v_2 = 2v_2$

두 식을 연립하여 v_2'를 소거하면 $(3m_1-m_2)v_2 = (m_1+m_2)v_1'$

문제에서 $v_1'<0$ (방향이 바뀌는 것이니, 부호가 바뀐다) 을 묻고있다. $m_1+m_2,\ v_2>0$ 이므로 $3m_1-m_2<0$

이어야 v_1'이 음수가 된다. $3<\frac{m_2}{m_1}=\alpha$ $\quad \alpha>3 \quad \therefore \alpha_{min}=4$.

c. b에서 구한 식을 우려먹는다. $(3m_1-m_2)v_2=(m_1+m_2)v_1'$ 에서 $m_2=5m_1$을 대입하면

$-2m_1v_2 = 6m_1v_1'$ $\quad \therefore v_1' = -\frac{v_2}{3}$, $\quad v_2'=\frac{5}{3}v_2$

d. 일단, 처음 충돌할 때 속도비를 구한다. $m_2=7m_1$에서 $-4m_1v_2=8m_1v_1'$ $\quad \therefore v_1'=-\frac{v_2}{2}$

$v_2'=\frac{3}{2}v_2$ $\quad \overset{1}{\longleftarrow}\circ\circ\overset{3}{\longrightarrow}$ 두 물체는 $\overset{1}{\longleftarrow} : \overset{3}{\longrightarrow}$ 의 비로 흩어진다. 충돌할 때 거리비 역시 1:3

m_1이 진행한 거리는 원둘레의 $\frac{1}{1+3}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\pi r}{2}$ $\quad m_2$는 $\frac{3}{4}$이므로 $\frac{3\pi r}{2}$

e.