

<1학년 1학기 수학 상 기말 문제지>

(총 19문항 96점-객관식 15문항 70점, 서술형 4문항 26점)

1. $|x+1|+|x-1| \leq 8$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는? [4.3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 15 ⑤ 17

2. 두 점 $A(-3,6), B(1,-2)$ 가 있다.

점 P 가 x 축 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은? [4.4점]

- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{3}$
④ 8 ⑤ $4\sqrt{5}$

3. 세 점 $(-2, -2), (-2, 4), (6, -2)$ 를 모두 지나는 원의 방정식을 구하면 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 이다. 이때,

$\frac{a}{b} \times c$ 의 값은? [4.5점]

- ① -40 ② -20 ③ 0
④ 20 ⑤ 40

4. 선분의 내분점과 외분점에 관한 설명으로 아래에서 옳은 것을 모두 고르면? [4.6점]

ㄱ. 두 점 $(-3,4), (9,8)$ 을 1:1로 외분하는 점은 $(3,6)$ 이다.
ㄴ. $A(0,3), B(6,0)$ 에 대해 선분 BA 를 1:2로 내분하는 점은 $(4,1)$ 이다.
ㄷ. 임의의 두 점 A, B 에 대해 직선 AB 위의 모든 점은 선분 AB 의 내분점 또는 외분점이 될 수 있다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

5. 점 (a,b) 를 직선 $x-y+2=0$ 에 대해 대칭이동하였더니 점 $(2b,2a)$ 가 되었다. 이때, $2a+3b$ 의 값은? [4.4점]

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

6. 점 $P(2,a)$ 에서 원 $x^2+y^2=4$ 에 그은 두 접점을 각각 A, B 라 할 때, 선분 AB 는 원 $x^2+y^2=1$ 에 접한다. 이때, 모든 a 값의 곱을 구하면? [4.8점]

- ① -20 ② -16 ③ -12
 ④ -8 ⑤ -4

7. 좌표평면 위의 점 $A(a,a)(a>0)$ 에 대해 $\triangle ABC$ 는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정삼각형이고, 무게중심은 원점이다. 두 점 B, C 를 지나는 직선의 방정식은 $y=px+q$ 일 때, p^2+q^2 의 값은? [4.7점]

- ① 10 ② 11 ③ 12
 ④ 13 ⑤ 14

8. $a > 1$ 일 때,

연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - (a+1)x + a < 0 \\ x^2 + (a-5)x - 5a > 0 \end{cases}$ 을

만족하는 정수 x 의 개수가 2개가 되도록 하는 가능한 정수 a 는? [4.5점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

9. 두 원 $(x+6)^2 + (y+8)^2 = 4$ 위의 점 (p, q) 와 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 위의 점 (r, s) 가 있다. 이때, $\frac{q-2s}{p-2r}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면, Mm 의 값은? [4.8점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{11}{8}$
 ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

10. 세 점 $A(1, -2)$, $B(t, 0)$, $C(t+1, 2)$ 가 이등변삼각형일 때, 가능한 모든 실수 t 값의 합은? [4.7점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{9}{2}$
 ④ $-\frac{11}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

11. 선분 BC 를 1:3으로 내분하는 점을 D , 선분 BC 를 2:3으로 외분하는 점을 E , 선분 AB 를 1:2로 외분하는 점을 F 라 하자. 삼각형 BEF 의 넓이는 삼각형 ABD 의 넓이의 k 배이다. k 의 값은? [4.9점]

- ① 4 ② 8 ③ 12
 ④ 16 ⑤ 20

12. 직선 $mx - y - 2m + 1 = 0$ 은 항상 원 C 의 넓이를 이등분한다. 이 원 C 가 x 축 또는 y 축에 접하도록 하는 원 C 의 가능한 반지름의 길이의 합은? [4.6점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

13. 정사각형 $OABC$ 의 외부에 $\overline{OP} = 5$, $\overline{BP} = 1$, $\overline{CP} = 4$ 를 만족하는 점 P 가 존재한다. 이때, 이 정사각형의 넓이는? [4.7점]

- ① 1 ② 3 ③ 9
 ④ 13 ⑤ 17

14. 직선 $y = x$, x 축 및 $x = 1$ 로 둘러싸인 삼각형을 $f(x, y) = 0$ 이라 하자. 이때, 도형 $f(x + y, x - y) = 0$ 이 나타내는 도형의 넓이는? [5점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

15. 좌표평면 위에 직선 $l: y = mx + 2$ 와 두 개의 원 $C_1: x^2 + y^2 = 1$, $C_2: x^2 + y^2 = 2$ 가 있다. 직선 l 이 원 C_1 과 공유점을 갖지 않고, 원 C_2 와는 공유점을 가질 때, 직선 l 이 원 C_2 와 만나서 생기는 현의 중심 (X, Y) 의 자취를 $(X - \alpha)^2 + (Y - \beta)^2 = 1$

(단, $2Y^2 + \gamma Y + \delta < 0$)이라고 할 때, $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값은? [5.1점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

<서술형 문제>

(총 4문제, 26점)- 모든 문제에 풀이 과정을 상세히 적으세요. 답만 적으면 점수가 거의 없습니다.

1. 두 직선 $mx + (m+1)y + 2 = 0$,
 $(2m+1)x + (2m-2)y = 4$ 가 한 점에서 만날 때, 두 직선의 교점을 지나면서 기울기가 $\frac{1}{4}$ 인 직선의 x 절편을 구하고, 그 과정을 서술하십시오. [7점]

2. 두 점 $A(-4,0), B(2,0)$ 가 있고, 제 1사분면 위에 있는 점 P 는

$\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ 을 만족하며 움직인다.
이때, $\angle PAB$ 가 최대일 때 P 의 좌표를 구하고, 그 과정을 서술하십시오. [7점]

3. 실수 a 에 대해, x 에 대한 이차부등식 $(a-1)x^2 + 2(a-1)x + 2 > 0$ 이 실수 x 값에 관계없이 항상 성립한다. a 의 범위를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [5점]

4. 좌표평면 위에 세 점 $A(0,2)$, $B(-1,0)$, $C(1,0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 내부 또는 변 위의 점 P 에서 변 AB, BC, CA 까지의 거리를 각각 a, b, c 라 하자. $5(a+c)^2 = 4b$ 가 성립할 때, 점 P 의 자취를 구하는 과정을 서술하시오. [7점]