

# ‘미적분 그래프 그리는 스킬’ (나만 알기 아까운 수학 필수 개념 #2)

## [서론]

미적분과 수학2의 그래프 파악은 난이도 차이가 분명하다. 주로 자연계열 학생들이 응시하는 미적분 시험에서는 그래프를 해석하기 위해서 **지수로그의 식조작, 부정형 형태의 극한식 계산, 빠른 미분 계산 능력** 등 추가적인 능력이 요구된다.

이번 글에서는 **부정형 형태의 극한식을 계산하는 방법<sup>1)</sup>, 미분하지 않고 그래프를 그릴 수 있는 함수<sup>2)</sup>** 를 알아볼 것이다.

---

1) 점근선을 파악하기 위해 알아야 한다.

2)  $ex) y = x \ln x, y = (x-2)^2 e^{-x}$

## [본론]

---

### 1. 부정형 형태의 극한식 계산하기

지수, 로그함수가 합성되어있는 함수를 해석하기 위해서 지수 함수, 로그함수, 다항함수간의 관계를 알아야 한다.

무한대로 가거나 0으로 가는 세기(Power)는 다음 순서와 같다. 이는 그래프를 그리면 직관적으로 이해할 수 있을 것이다.

$$e^x > x > \ln x$$

이 지식을 바탕으로  $\infty \times 0$  꼴의 부정형을 계산할 수 있다.

예1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x} = \infty \times 0$  꼴이지만,  $x$ 가 무한대로 가는 것보다,

$e^{-x}$ 가  $0^+$ 로 가는 세기(Power)가 더 세기 때문에

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x} = 0^+ \text{ 이다.}$$

예2)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0^+ \times (-\infty)$  꼴이지만,  $\ln x$ 가  $-\infty$ 로 가는 것

보다,  $x$ 가  $0^+$ 로 가는 세기(Power)가 더 세기 때문에

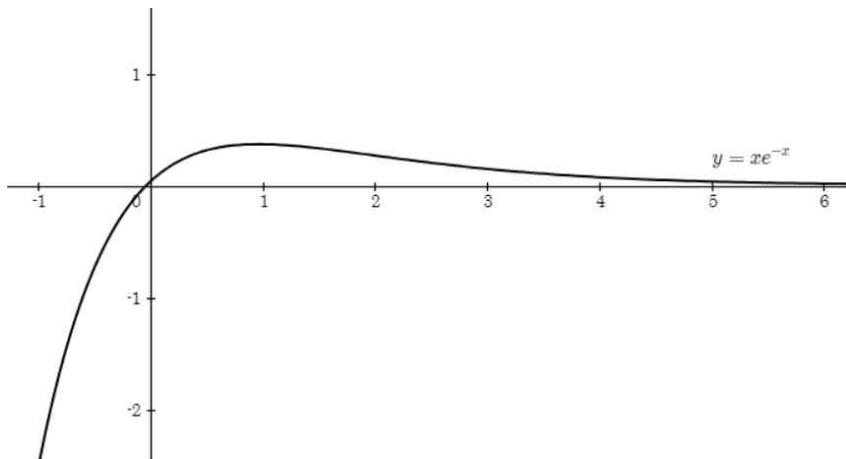
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0^- \text{ 이다. (부호가 반대이므로 -부호를 가짐.)}$$

이러한 부정형의 극한식을 다룰 수 있게 체화했다면, 점근선을 파악할 수 있게 된 것이다.

예1)  $y = xe^{-x}$  의 그래프

$\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0^+$  이므로  $x$ 가 무한대로 갈 때,  $x$ 축이 점근선임을

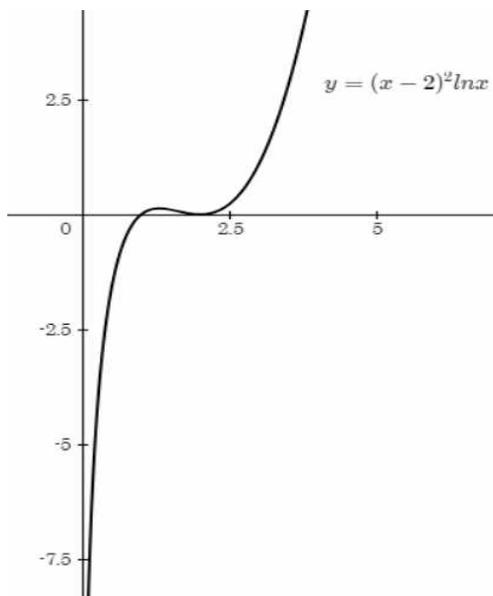
알 수 있다.



예1)  $y = (x-2)^2 \ln x$  의 그래프

$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x-2)^2 \ln x = -\infty$  이므로  $x$ 가  $0^+$ 로 갈 때,  $y$ 축이

점근선임을 알 수 있다.



## 2. 미분하지 않고 그래프를 그리는 법

기본적으로 모든 함수를 미분없이 그래프 작성하는 것은 불가능하고,  $e^x$ ,  $e^{-x}$ ,  $\ln x$ 가 포함된 식은 바로 그래프를 그릴 수 있다.

- ①  $\lim_{x \rightarrow \infty}$  일 때, 발산하는지 점근선을 가지는지 확인한다.
- ② 식에 로그함수가 포함되어있으면 로그 안이 0이 되는 부분을 확인하여 점근선을 확인한다.
- ③ 식에  $\ln x$ 가 포함되어 있으면 다항식  $(x-1)^1$ 처럼 간주한다.
- ④ 위에서 얻은 정보를 바탕으로 개형을 그린다.
- ⑤  $x$ 절편,  $y$ 절편을 표시하고 미분하여 극점의  $x$ 좌표를 구한다.

예)  $y = (\ln x)^2 e^{-x}$

①  $\lim_{x \rightarrow \infty}$  일 때,  $0^+$  로 수렴한다. 즉,  $x$  축을 점근선으로 가진다.

②  $\lim_{x \rightarrow 0^+}$  일 때,  $\infty$  로 발산한다. 즉,  $y$  축을 점근선으로 가진다.

③  $x = 1$  에서 인수 2개를 가진다. 즉, 접한다.

④, ⑤ 그래프의 개형을 그린다.

