

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{1+2\sqrt{3}} \times \frac{1}{4^{\sqrt{3}}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = \frac{a_3 - 2}{6}$$

을 만족시킬 때, a_4 의 값은? [2점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax - a^2 & (x \geq 1) \\ x - 3 & (x < 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. $-\pi \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $2\sin|x|-1=0$ 의 모든 해의 합은? [3점]

- ① 2π ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π

6. 부등식 $\left(\frac{1}{8}\right)^{x-6} \geq 64$ 를 만족시키는 모든 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 - ax + 3$ 이 $x = b$ 에서 극대이고 $x = 1$ 에서 극소일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

8. $\frac{\pi}{2} < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{\tan\theta}{\sin\theta}$ 의 값은?

[3점]

- ① $-3\sqrt{5}$ ② $-2\sqrt{5}$ ③ $-\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

9. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 12x^2 + 6x, \quad f(0) = 1$$

을 만족시킬 때, $\int_{-1}^1 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^4 (a_k + 4) = 30, \quad \sum_{k=1}^2 (a_{2k-1} + 1) = 6$$

일 때, $a_2 + a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

11. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = ax^2 + 6x - 8$ 이

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)(x+b)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{bx^2}{f(x)}$$

을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

12. 세 양수 a, b, c 에 대하여 닫힌구간 $[-1, a]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \tan b\pi(x+c)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 는 $x=1, x=7$ 에서만 불연속이다.

$f(a) = \sqrt{3}$ 일 때, $a \times b \times c$ 의 값은? (단, $c < 8$) [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

13. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2} & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ 2a_n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_5 = 1$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?
[3점]

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

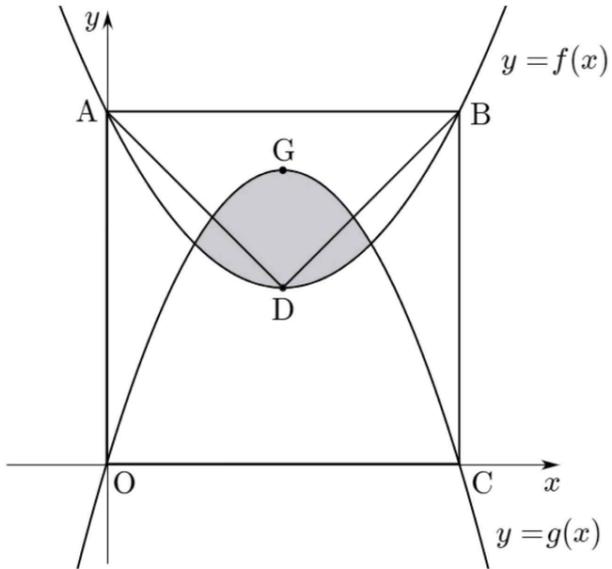
14. $\sin A = \sin B = \sin C = -\sin D$ 인 사각형 ABCD에 대하여

$$\overline{BD} = 4, \overline{AB} \times \overline{CD} = 2 - \sqrt{2}, \overline{AB} = \overline{BC}$$

일 때, 사각형 ABCD의 둘레의 길이는? [4점]

- ① 8 ② $6\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{22}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

15. 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변의 길이가 6인 정사각형 OABC가 있다. 정사각형 OABC의 중심을 D, 삼각형 ABD의 무게중심을 G라 하자. 세 점 A, B, D를 지나는 이차함수와 세 점 O, C, G를 지나는 이차함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

16. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$ 일 때 각각 점 A(1)와 점 B(4)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = t^2 - 4t + 3, \quad v_2(t) = at + b \quad (a \neq 0, b < 3)$$

이다. 점 P와 점 Q의 속도가 같아지는 순간이 한 번뿐이고 시각 $t=3$ 에서의 점 P와 점 Q의 위치가 같을 때, $v_2(-1)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 4 ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ 5

17. 자연수 $n(n \geq 2)$ 과 정수 m 에 대하여 상수함수

$y = n^2 - 12n + 27$ 과 함수 $y = x^n - m$ 가 만나는 점의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ 에서 어떤 n 에 대하여

$$f(n) = \begin{cases} 1 & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 2 & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 m 의 값을 합을 $g(n)$ 이라 할 때,

$\sum_{n=2}^6 g(n)$ 의 값은? [4점]

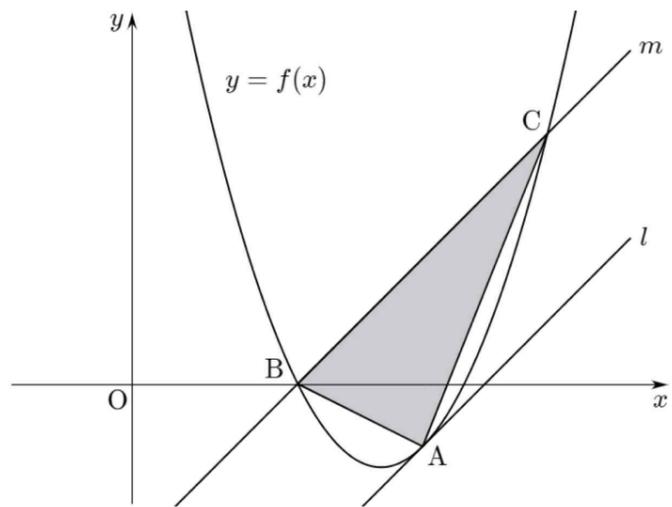
- ① 213 ② 215 ③ 217 ④ 219 ⑤ 221

18. 그림과 같이 실수 $t(t > 3)$ 에 대하여 함수

$f(x) = x^2 - 6x + 8$ 위의 점 $A(t, f(t))$ 에서의 접선을 l 이라 할 때, 직선 l 과 평행하며 점 $B(2, 0)$ 을 지나는 직선을 m 이라 하고, 직선 m 이 함수 $y = f(x)$ 와 만나는 점 중 B 가 아닌 점을 C 라 하자.

삼각형 ABC 의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S(t)}{t^3}$ 의 값은?

[4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

(가) $a_1 = 4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{a_n} + k & (a_n \text{이 정수가 아닌 경우}) \\ \frac{a_n}{k} & (a_n \text{이 정수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_3 \times a_4$ 의 값은 정수이다.

$\sum_{n=1}^4 a_n \leq 30$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

단답형

22. $2\log_{25}10 - \frac{1}{\log_2 5}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{2h}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (a_k - 2b_k) = 20, \quad \sum_{k=1}^5 (2a_k + b_k) = 35$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k + b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 좌표평면 위의 점 A에 대하여

동경 OA가 나타내는 각의 크기를 θ 라 할 때,

$$\sin\theta \times \cos\theta = \frac{2}{5}$$

를 만족시키는 임의의 두 점을 각각 A_1 , A_2 라 하자.

$\overline{A_1A_2} = 12$ 일 때, 삼각형 A_1A_2O 의 넓이를 구하시오.

(단, O는 원점이다.) [3점]

26. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 S_n 과 T_n 을

$$S_n = a_{2n-1} + a_{2n}, \quad T_n = a_{3n-2}$$

라 하자. 세 수열 $\{a_n\}$, S_n , T_n 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \leq a_{n+1}$ 이다.

(나) 수열 S_n , T_n 은 등차수열이고 $2S_1 = T_2 = 4$ 이다.

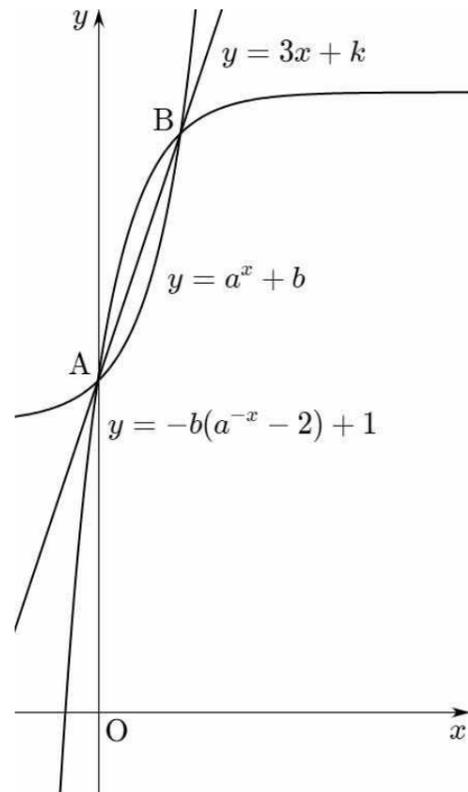
$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(k)$ 를

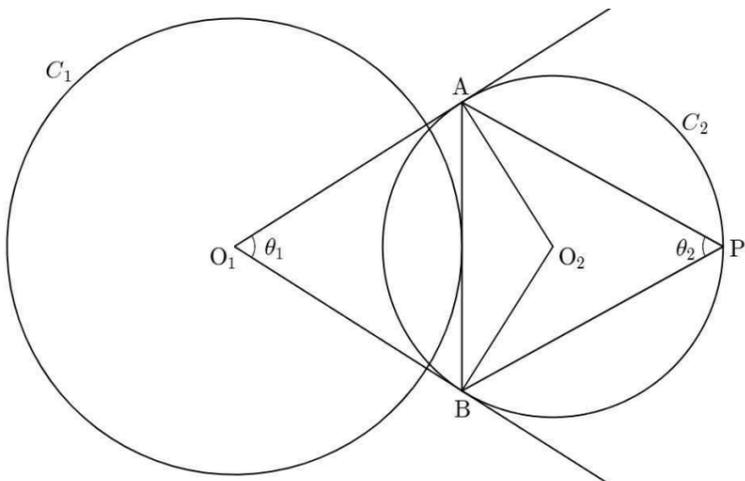
$$g(k) = \int_k^{2k} f(x)dx \quad (k \geq 0)$$

라 하자. 함수 $g(k)$ 는 구간 $[0, 1]$ 에서 증가하고,
구간 $[1, 2]$ 에서 감소하고, 구간 $[2, \infty)$ 에서 증가한다.
함수 $g(k)$ 의 극댓값이 3일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 두 양수 $a(a > 1)$, b 에 대하여 곡선 $y = a^x + b$ 와
 $y = -b(a^{-x} - 2) + 1$ 가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자.
두 점 A, B를 지나고 직선의 방정식이 $y = 3x + k$ 이고
삼각형 ABO의 넓이가 8일 때, $a^2 \times b + k$ 의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이다.) [4점]



29. 그림과 같이 두 점 O_1, O_2 를 각각 중심으로 하는 두 원 C_1, C_2 가 있다. 점 O_1 에서 원 C_2 에 그은 두 접선이 원 C_2 와 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB와 원 C_1 은 한 점에서 만나고 삼각형 ABO_1 과 삼각형 ABO_2 의 넓이의 비는 5:2이다. 이때 원 C_1 과 만나지 않는 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle AO_1B = \theta_1, \angle APB = \theta_2$ 라 하자. $\sin 2\theta_1 + \sin 2\theta_2 = \frac{q}{p} \sqrt{10}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 구간 $(-\infty, 2k-2]$ 와 $[2k+2, \infty)$ 에서 $f(x) \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 k 는 오직 하나뿐이다.
- (나) 방정식 $\lim_{f(t) \rightarrow 0} \{f(t+1) - f(t)\} = 0$ 을 만족시키는 정수 t 의 값의 개수는 2이다.

$f(1) = -1, f'(1) < 0$ 일 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.