1회 정답									
1	①	2	⑤	3	②	4	⑤	5	②
6	④	7	②	8	①	9	③	10	④
11	③	12	③	13	④	14	①	15	⑤
16	2	17	3	18	40	19	130	20	25
21	51	22	54	23	④	24	③	25	②
26	⑤	27	②	28	①	29	10	30	36

6. 아래 식에서 위 식을 빼보자.
다음의 문제를 참고했다.

〈18학년도 9월 모평 나형 17번〉

17. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여

$x<0$일 때, $f(x)+g(x)=x^2+4$

$x>0$일 때, $f(x)-g(x)=x^2+2x+8$

이다. 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이고 $\lim_{x\to 0-} g(x) - \lim_{x\to 0+} g(x) = 6$일 때, $f(0)$의 값은? [4점]

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

8. (선대칭)+(직선)을 떠올릴 수 있을까?

〈22학년도 수능 8번〉

8. 곡선 $y=x^2-5x$와 직선 $y=x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $x=k$가 이등분할 때, 상수 k의 값은? [3점]

① 3　② $\frac{13}{4}$　③ $\frac{7}{2}$　④ $\frac{15}{4}$　⑤ 4

〈20학년도 9월 모평 나형 30번〉

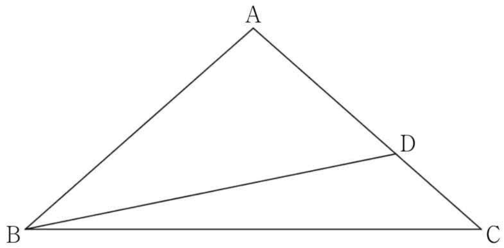
30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 네 개의 수 $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선과 점 $(2, f(2))$에서의 접선이 점 $(k, 0)$에서 만난다. $f(2k)=20$일 때, $f(4k)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [4점]

11. 사인법칙으로부터 다음 두 가지를 알 수 있다.
① (변 길이 비) = (사인 값 비)
② 외접원의 반지름의 길이

〈21학년도 사관학교 나형 19번〉

그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 선분 AC를 5 : 3으로 내분하는 점을 D라 하자.

$2\sin(\angle ABD) = 5\sin(\angle DBC)$일 때, $\dfrac{\sin C}{\sin A}$의 값은? [4점]



① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{7}{11}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{9}{13}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

12. $g(t)$를 작성해서 식으로 풀어도 좋고, 원을 찾아서 풀어도 좋다.
식으로 푼다면, "미분가능한 함수가 최소$\Longrightarrow$(미분계수)=0"을 이용해볼 수 있겠다.

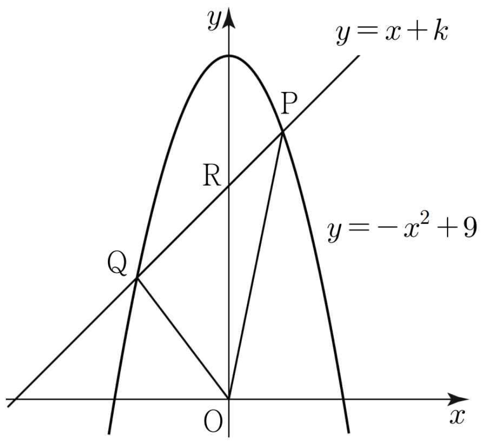
〈21학년도 경찰대 16번〉

16. 점 $\mathrm{A}(1,0)$과 곡선 $y=2-x^2$ 위의 점 P에 대하여 선분 AP의 길이를 k라 하자. k^2의 최솟값은? [4점]

① $\frac{5-3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{6+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{11-6\sqrt{3}}{4}$
④ $\frac{5+3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{12-5\sqrt{3}}{4}$

〈17학년도 사관학교 나형 20번〉

그림과 같이 직선 $y=x+k\ (3<k<9)$가 곡선 $y=-x^2+9$와 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하고, y축과 만나는 점을 R라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이고, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 크다.) [4점]



<보 기>

ㄱ. 선분 PQ의 중점의 x좌표는 $-\dfrac{1}{2}$이다.

ㄴ. $k=7$일 때, 삼각형 ORQ의 넓이는 삼각형 OPR의 넓이의 2배이다.

ㄷ. 삼각형 OPQ의 넓이는 $k=6$일 때 최대이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

〈24학년도 6월 모평 20번〉

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_{0}^{x} f(t)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$의 값을 구하시오. [4점]

$x \geq 1$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x) \geq g(4)$이고 $\lvert g(x) \rvert \geq \lvert g(3) \rvert$이다.

13. 경우가 나눠자는 전형적인 수열의 귀납적 정의 문제.
만약 막혔다면 다음 문제들을 풀어보자.

〈19년 10월 학평 나형 29번〉

29. 첫째항이 짝수인 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+3 & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \dfrac{a_n}{2} & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_5=5$일 때, 수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하시오. [4점]

〈22학년도 예시문항 15번〉

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

(가) $a_5=5$
(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n+3 & (a_n<0) \end{cases}$$

이다.

① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

14. (불연속)-(불연속)은 (연속)-(연속), (연속)-(불연속)인 경우와 달리 직접 확인해야 한다.
평행이동을 찾아냈다면 good.

〈2023학년도 EBS 수능특강 수학II 도함수의 활용(2) Level2 6번〉
[ebsi 220090122]

실수 t와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$에 대하여 x에 대한 방정식 $|f(x)|=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $\mathrm{g}(t)$라 하자. 함수 $h(t)=\mathrm{g}(t)-\mathrm{g}(t-2)$가 $t=a$에서 불연속인 모든 상수 a의 값의 합은?

① 24　② 27　③ 30　④ 33　⑤ 36

〈11학년도 수능 8번〉

8. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x<-1) \\ 0 & (x=-1) \\ x^2 & (-1<x<1) \\ x-2 & (x\geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

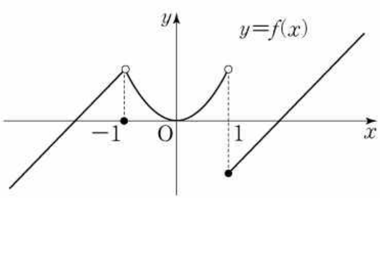
<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to 1+0}\{f(x)+f(-x)\}=0$

ㄴ. 함수 $f(x)-|f(x)|$가 불연속인 점은 1개이다.

ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되는 상수 a는 없다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



15. 기본적이고 전형적인 지수함수 & 로그함수 합답형 문제(쉽다는 말이 아니다).
두 그래프의 교점이 나왔으니 우선 주어진 함수에 두 점을 대입해보자.
ㄴ에서는 $\sqrt{2}$가 있으니 주어진 함수에 $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$와 $x=\sqrt{2}$를 대입해볼 수 있겠다.

역함수를 그리는 당위성에 대해서도 생각해보자.
이 문제에서는 ㄷ에서 x_1과 y_1의 대소를 물어보고 있고
여기에서 $y=x$ 밑 로그함수의 역함수에서 더 나아가
$y=2^x$와 $y=x+1$의 그래프의 관계까지 떠올릴 수 있다면...

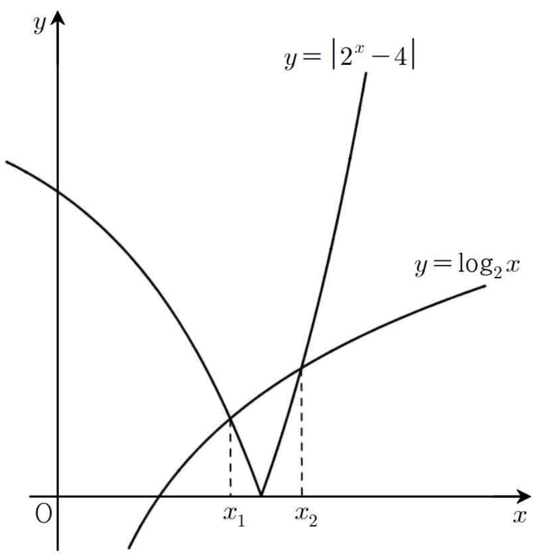
〈21학년도 사관학교 나형 21번〉

두 곡선 $y=\left|2^x-4\right|$, $y=\log_2 x$가 만나는 두 점의 좌표를 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

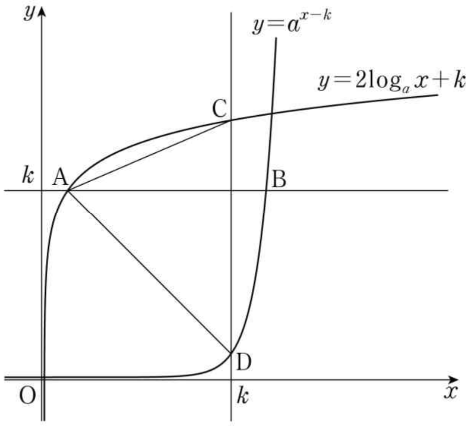
ㄱ. $\log_2 3 < x_1 < x_2 < \log_2 6$
ㄴ. $(x_2-x_1)(2^{x_2}-2^{x_1})<3$
ㄷ. $2^{x_1}+2^{x_2}>8+\log_2(\log_3 6)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



〈23년 3월 학평 21번〉

21. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, k에 대하여 직선 $y=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{CD}}=85$이고 삼각형 CAD의 넓이가 35일 때, $a+k$의 값을 구하시오. [4점]



17. 구간을 나눠서 직접 적분해도 좋고,
넓이를 적당히 잘라붙여서 간단히 만들어도 좋고,
대칭성을 이용해 간단하게 바꿔도 좋다.

20. $\mathrm{g}(x)$가 미분가능하려면 $f(x)$가 어떻게 생겨야 할까?
또, $\mathrm{g}(x)$가 최댓값과 최솟값을 모두 가지려면 $f(x)$가 어떻게 생겨야 할까?

〈10학년도 수능 가형 17번〉

17. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leq x < 1$일 때, $g(x) = f(x)$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2) = g(x)$이다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(-1) = f(1)$이고 $f'(-1) = f'(1)$이면, $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면, $f'(0)f'(1) < 0$이다.

ㄷ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f'(1) > 0$이면, 구간 $(-\infty, -1)$에 $f'(c) = 0$인 c가 존재한다.

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 삼각함수가 포함된 방정식은 “주기성”과 “대칭성”을 고려하자.

〈21학년도 9월 모평 가형 21번〉(도전!)

21. 닫힌구간 $[-2\pi, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x)=\sin kx+2, \quad g(x)=3\cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수는? [4점]

실수 a가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 교점의 y좌표이면 $\{x \mid f(x)=a\} \subset \{x \mid g(x)=a\}$ 이다.

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

22. 합성함수 꼴로 표현된 방정식을 푸는 방법을 모르면 이 문제를 풀 때가 아니다!!!
$f'(1)$도 확인해보자.

〈+〉

$0 \le x \le 4$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 4x & (0 \le x \le 1) \\ -2x+7 & (1 < x < 3) \\ 4x-11 & (3 \le x \le 4) \end{cases}$$

에 대하여 방정식 $f(f(x))=5-f(x)$의 서로 다른 실근의 개수를 구하시오.

〈22학년도 6월 모평 22번〉

22. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다. (나) 방정식 $f(x-f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1)=4$, $f'(1)=1$, $f'(0)>1$일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

⟨19학년도 9월 모평 나형 30번⟩(도전!)

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x) = x$$

의 모든 실근이 0, 1, a, 2, b이다.

$$f'(1) < 0,\ f'(2) < 0,\ f'(0) - f'(1) = 6$$

일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. (단, $1 < a < 2 < b$) [4점]

26. 수렴하는 급수의 성질과 수렴하는 극한의 성질을 모두 사용하자.

〈11학년도 6월 모평 나형 21번〉

21. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(3^n a_n - 2\right)$가 수렴할 때, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{6a_n + 5\cdot 4^{-n}}{a_n + 3^{-n}}$의 값을 구하시오. [3점]

27. 주어진 조건을 직접 대입해서 부분적분으로 풀어도 좋고,
미분해서 f의 대칭성을 발견해서 간단하게 계산해도 좋다.
물론 두 방법 모두 자유자재로 할 수 있어야 한다.
개인적으로 이 시험지에서 제일 중요하다고 생각하는 문제.

〈16년 3월 학평 가형 28번〉

28. 함수 $f(x) = \dfrac{e^{\cos x}}{1+e^{\cos x}}$에 대하여

$$a = f(\pi - x) + f(x), \quad b = \int_0^{\pi} f(x)\,dx$$

일 때, $a + \dfrac{100}{\pi}b$의 값을 구하시오. [4점]

〈19학년도 수능 가형 16번〉

16. $x>0$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 모든 양수 x에 대하여

$$2f(x)+\frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$$

을 만족시킬 때, $\int_{\frac{1}{2}}^{2}f(x)dx$의 값은? [4점]

① $\frac{\ln 2}{3}+\frac{1}{2}$　② $\frac{2\ln 2}{3}+\frac{1}{2}$　③ $\frac{\ln 2}{3}+1$
④ $\frac{2\ln 2}{3}+1$　⑤ $\frac{2\ln 2}{3}+\frac{3}{2}$

〈14학년도 수능 B형 21번〉

21. 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고,
모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=\frac{\pi}{2}\int_{1}^{x+1}f(t)\,dt$$

이다. $f(1)=1$일 때,

$$\pi^2\int_{0}^{1}xf(x+1)\,dx$$

의 값은? [4점]

① $2(\pi-2)$　② $2\pi-3$　③ $2(\pi-1)$
④ $2\pi-1$　⑤ 2π

〈21학년도 수능 가형 20번〉(도전!)

20. 함수 $f(x)=\pi\sin 2\pi x$에 대하여 정의역이 실수 전체의 집합이고 치역이 집합 $\{0,\ 1\}$인 함수 $g(x)$와 자연수 n이 다음 조건을 만족시킬 때, n의 값은? [4점]

함수 $h(x)=f(nx)g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이고 $\int_{-1}^{1} h(x)\,dx=2,\quad \int_{-1}^{1} xh(x)\,dx=-\frac{1}{32}$ 이다.

① 8　② 10　③ 12　④ 14　⑤ 16

28. 원래 의도는 삼각형 OPQ의 넓이를 두 가지 표현으로 나타내고 둘이 같음을 이용하는 거였다.(sol 2)
tan의 덧셈정리를 이용해도 좋다.

〈24학년도 6월 모평 미적분 27번〉

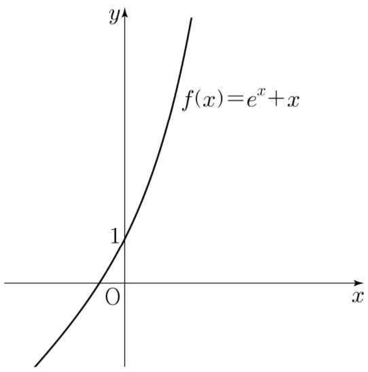
27. 실수 $t\,(0<t<\pi)$에 대하여 곡선 $y=\sin x$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ \sin t)$에서의 접선과 점 P를 지나고 기울기가 -1인 직선이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\displaystyle\lim_{t\to\pi-}\frac{\tan\theta}{(\pi-t)^2}$의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{16}$ ② $\dfrac{1}{8}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 1

29. 전형적인 음함수미분 문제.
풀이에는 뉴턴의 표현법을 썼지만 라이프니츠 표현법을 이용해도 상관없다.

〈23학년도 9월 모평 미적분 29번〉

29. 함수 $f(x)=e^{x}+x$가 있다. 양수 t에 대하여 점 $(t, 0)$과 점 $(x, f(x))$ 사이의 거리가 $x=s$에서 최소일 때, 실수 $f(s)$의 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$의 역함수를 $h(t)$라 할 때, $h'(1)$의 값을 구하시오. [4점]



〈20학년도 수능 가형 30번〉

30. 양의 실수 t에 대하여 곡선 $y=t^3\ln(x-t)$가 곡선 $y=2e^{x-a}$과 오직 한 점에서 만나도록 하는 실수 a의 값을 $f(t)$라 하자. $\left\{f'\left(\frac{1}{3}\right)\right\}^2$의 값을 구하시오. [4점]

〈18학년도 수능 가형 21번〉(도전!)

21. 양수 t에 대하여 구간 $[1, \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} \ln x & (1 \le x < e) \\ -t+\ln x & (x \ge e) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 일차함수 $g(x)$ 중에서 직선 $y=g(x)$의 기울기의 최솟값을 $h(t)$라 하자.

1 이상의 모든 실수 x에 대하여 $(x-e)\{g(x)-f(x)\} \ge 0$ 이다.

미분가능한 함수 $h(t)$에 대하여 양수 a가 $h(a)=\dfrac{1}{e+2}$을 만족시킨다. $h'\left(\dfrac{1}{2e}\right) \times h'(a)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{1}{(e+1)^2}$　② $\dfrac{1}{e(e+1)}$　③ $\dfrac{1}{e^2}$

④ $\dfrac{1}{(e-1)(e+1)}$　⑤ $\dfrac{1}{e(e-1)}$

30. sol 1에 (변화율)=(선분의 길이)를 이용하는 풀이를 소개했는데
잘 전달됐을지 모르겠다. 아래 문제들로 좀 더 연습해보자.

〈18년 3월 학평 가형 30번〉

30. 함수

$$f(x)=\begin{cases} e^{x} & (0 \le x < 1) \\ e^{2-x} & (1 \le x \le 2) \end{cases}$$

에 대하여 열린 구간 $(0,\ 2)$에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_{0}^{x} |f(x)-f(t)|\,dt$$

의 극댓값과 극솟값의 차는 $ae+b\sqrt[3]{e^2}$이다. $(ab)^2$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) [4점]

〈19학년도 사관학교 가형 30번〉

함수 $f(x)=\dfrac{x}{e^x}$에 대하여 구간 $\left[\dfrac{12}{e^{12}},\ \infty\right)$에서 정의된 함수

$$\mathrm{g}(t)=\int_0^{12}|f(x)-t|\,dx$$

가 $t=k$에서 극솟값을 갖는다. 방정식 $f(x)=k$의 실근의 최솟값을 a라 할 때, $\mathrm{g}'(1)+\ln\left(\dfrac{6}{a}+1\right)$의 값을 구하시오. [4점]

추가문제 빠른정답

6.〈18학년도 9월 모평 나형 17번〉⑤

8.〈22학년도 수능 8번〉①
〈20학년도 9월 모평 나형 30번〉42

11.〈21학년도 사관학교 나형 19번〉③

12.〈21학년도 경찰대 16번〉③
〈17학년도 사관학교 나형 20번〉③
〈24학년도 6월 모평 20번〉39

13.〈19년 10월 학평 나형 29번〉142
〈22학년도 예시문항 15번〉③

14.〈2023학년도 EBS 수능특강 수학II 도함수의 활용(2) Level2 6번〉⑤
〈11학년도 수능 8번〉②

15.〈21학년도 사관학교 나형 21번〉②
〈23년 3월 학평 21번〉12

20.〈10학년도 수능 가형 17번〉③

21.〈21학년도 9월 모평 가형 21번〉②

22.〈+〉8
〈22학년도 6월 모평 22번〉61
〈19학년도 9월 모평 나형 30번〉40

26.〈11학년도 6월 모평 나형 21번〉4

27.〈16년 3월 학평 가형 28번〉51
〈19학년도 수능 가형 16번〉②
〈14학년도 수능 B형 21번〉①
〈21학년도 수능 가형 20번〉⑤

28.〈24학년도 6월 모평 미적분 27번〉③

29.〈23학년도 9월 모평 미적분 29번〉3
〈20학년도 수능 가형 30번〉64
〈18학년도 수능 가형 21번〉④

30.〈18년 3월 학평 가형 30번〉36
〈19학년도 사관학교 가형 30번〉18