

수학 영역

짝수형

성명		수험 번호												
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

먼 대지 위를 달리는 사나운 말처럼

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- **공통과목** 1~8 쪽
 - **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

제 2 교시

수학 영역

짜수형

5지선다형

1. $(4^{1+\sqrt{5}})^{\frac{1}{\sqrt{5}}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2+\frac{2}{\sqrt{5}}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{2x - 6}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. 첫째항이 음수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_5}{a_3} = 3, \quad a_4 \times a_7 = 40$$

일 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 + 3x)f(x)$$

라 하자. $f(4) = 2$, $f'(4) = -1$ 일 때, $g'(4)$ 의 값은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

5. $\cos\theta < 0$ 이고 $\cos\left(\theta - \frac{3\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{7}}{5}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{14}}{6}$ ② $-\frac{\sqrt{14}}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{14}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{14}}{6}$

6. 함수 $f(x) = -x^3 + 7x^2 + 5x + a$ 가 $x = b$ 에서 극댓값 25를 가질 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 항이 양수이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \log_2 a_k = n^2 + n + 1$$

이다. $a_1 + \frac{a_{11}}{a_{10}}$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

8. 점 (1, 5)를 지나는 직선이 곡선 $y=x^4-2x^2+3x+3$ 과 서로 다른 두 점에서 접할 때, 두 접점 사이의 거리는? [3점]

- ① $\sqrt{34}$ ② 6 ③ $\sqrt{38}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{42}$

9. $0 < b < \pi$ 인 실수 b 에 대하여 함수

$$f(x) = 2\sin(ax-b)+1$$

가 닫힌구간 $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ 에서 최댓값 3, 최솟값 -1 을 갖는다. 양수 a 의 값이 최소일 때, b 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{4}\pi$

10. 실수 k 에 대하여 수직선 위의 점 A(1)에서 출발한 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가

$$v(t) = t^3 - 3t^2 + k$$

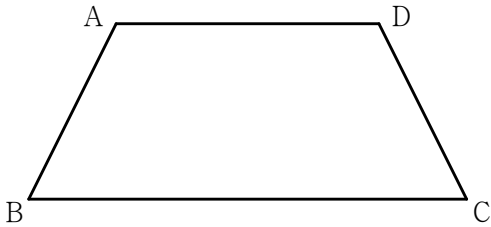
이고, 점 P는 출발 후 운동 방향을 바꾸지 않는다. 시간 t 에서의 점 P의 위치를 $x(t)$ 라 할 때, $x(4)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

11. 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD가

$$\cos(\angle BCD) = \frac{\sqrt{5}}{5}, \quad 5\overline{AD} = 3\overline{BC}$$

를 만족시킨다. 삼각형 ABD에 외접하는 원의 넓이가 25π 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



- ① 8 ② 16 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40

12. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 양수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\{f(x)\}^2 + 4f(x) - t^2 + 4 = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하면, 함수 $g(t)$ 는 오직 $t=3$ 에서만 불연속이다.

(나) 방정식 $f(x) = f(x+b)$ 의 실근이 존재하도록 하는 양수 b 의 최댓값이 $4\sqrt{3}$ 이고, 이때의 실근은 $-2\sqrt{3}$ 이다.

$g(3)=4$ 일 때, $f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

13. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$(x^n + n)(x^n + n - 1)(x^n + n - 2) \cdots (x^n + n - k) = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} f(n) = 50$ 이 되도록 하는 자연수 k 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

14. 최고차항의 계수가 $p(p < 0)$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 함수 $f(x)$ 와 $xg(x)$ 는 $x=0$ 에서 각각 극댓값을 갖고, $f(x)$ 의 극솟값과 $xg(x)$ 의 극댓값은 같다.
 (나) 함수 $|f(x)| - |xg(x)|$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수 a 의 개수는 1 이하이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $g'(0) < 0$
 ㄴ. 함수 $|f(x)| - |xg(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 p 는 오직 하나 존재한다.
 ㄷ. 방정식 $|f(x)| = |xg(x)|$ 의 실근의 개수를 $h(p)$ 라 할 때, 상수 k 에 대하여 함수 $g(p-k)h(p)$ 가 $p < 0$ 에서 연속이면 $g(k) = \frac{17}{9}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, 가능한 모든 a_{10} 의 값의 합은? [4점]

(가) $a_9 = 10$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+3} = \begin{cases} 2a_{n+1} & (a_{n+1} \text{은 홀수}) \\ a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} \text{은 짝수}) \end{cases}$$

이다.

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

단답형

16. $\log_3 72 + \frac{3}{\log_1 3^{\frac{1}{2}}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = 4x(x-3)^2, \quad f(0) = 0$$

일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 과 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=3}^{12} a_k = 7, \quad \sum_{k=1}^{10} (2a_k + b_k) = 24, \quad \sum_{k=11}^{20} (2a_k + b_k) = 44$$

이다. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = a_{n+10}$ 을

만족시킬 때, $\sum_{k=31}^{40} b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 함수 $f(x) = x^3 - 4x^2 - 5x - 3$ 와 $g(x) = -x^2 + 4x - k$ 에 대하여 좌표평면 위의 한 점에서 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프와 동시에 접하는 접선이 존재할 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

20. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 0$ 인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\{ \int_m^{m+1} f(x) dx \mid m \text{은 정수} \} = \{1, 2, 3\}$
- (나) $4 \leq x \leq 5$ 일 때 함수 $f(x)$ 의 그래프는 삼차함수의 그래프의 일부분이다.

$\int_2^9 f(x) dx + f\left(\frac{9}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 점 A(4, 0)와 곡선 $y=2^x$ 위를 움직이는 점 B에 대하여 다음 조건을 만족시키도록 점 C를 잡는다. (단, 점 C의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 작다.)

선분 BC를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여 삼각형 BCP의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P의 좌표가 (4, 0)이다.

세 상수 a, b, c 에 대하여 점 C가 나타내는 도형의 방정식이 $y=\log_a(-x+b)+c$ 일 때, $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 1이 아닌 양수이다.) [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(7)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $x > k > 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$\frac{f(x)-k}{x-k} \geq \frac{f(x)-1}{x-1}$$

가 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값은 2이다.

(나) $f(4)=4$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

짜수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x-1} - 1}{\log_3 x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{(\ln 3)^2}$ ② $\frac{1}{\ln 3}$ ③ 1 ④ $\ln 3$ ⑤ $(\ln 3)^2$

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2k}{n^2 + k^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 2 - 1$ ② $\ln 2$ ③ $\ln 2 + 1$
 ④ $2 \ln 2$ ⑤ $2 \ln 2 + 1$

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

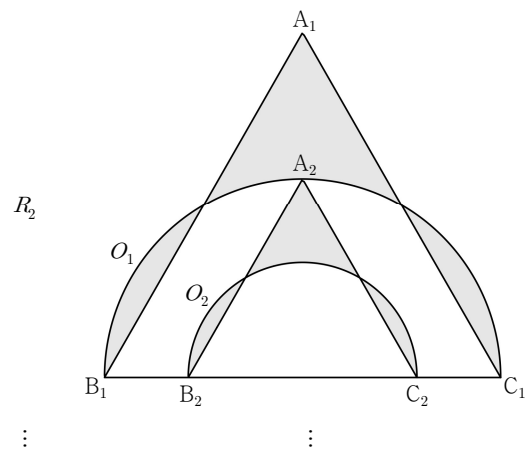
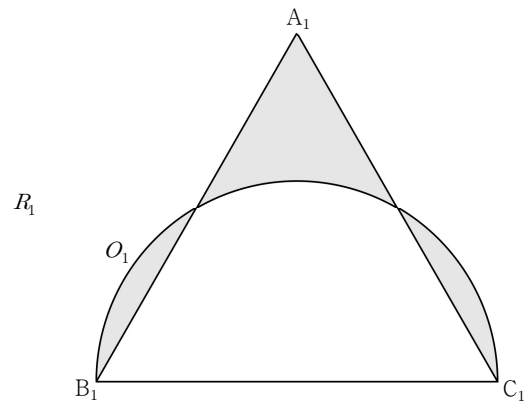
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{8n^2+1}{n^2+3n} \right) = 4$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+2} - a_{2n}}{2^{2n} a_n + 3^n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 과 선분 B_1C_1 을 지름으로 하는 반원 O_1 을 그린 후 Δ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 B_1C_1 의 수직이등분선이 반원 O_1 과 만나는 점을 A_2 라 하고 두 꼭짓점 B_2, C_2 가 선분 B_1C_1 위에 있는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 와 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 반원 O_2 를 그린 후 Δ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

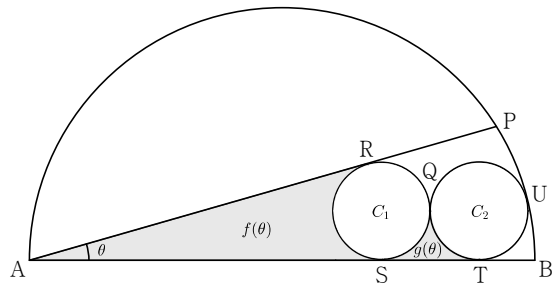
27. 두 실수 $k, t (t > 0)$ 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = t^2$ 와 곡선

$y = \frac{1}{x} + k$ 가 항상 접할 때, 제1사분면에 있는 접점의 좌표를

$(f(t), g(t))$ 라 하자. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 좌표가 $(f(t), g(t))$ 이고 시간 $t = \sqrt{2}$ 에서 $t = \sqrt{10}$ 까지 점 P가 움직인 거리가 곡선 $y = x^n (1 \leq x \leq \sqrt{2})$ 의 길이와 같을 때, 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P를 $\angle PAB = \theta$ 가 되도록 잡는다. 점 Q에서 서로 외접하고 반지름이 같은 두 원 C_1, C_2 에 대하여 원 C_1 은 두 선분 AP, AB와 각각 두 점 R, S에서 접하고, 원 C_2 는 선분 AB, 호 BP와 각각 두 점 T, U에서 접한다. 두 선분 AR, AS와 호 RS로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 두 호 QS, QT와 선분 ST로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)g(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}$ ② $1 - \frac{\pi}{4}$ ③ $2 - \frac{\pi}{2}$
 ④ $4 - \pi$ ⑤ $8 - 2\pi$

단답형

29. 열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 연속이고 이계도함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 가 다음을 만족시킨다.

$$(가) \quad 2 \int f(x) dx = \ln f'(x)$$

$$(나) \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 1$$

상수 a $\left(-\frac{\pi}{2} < a < \frac{\pi}{2}\right)$ 에 대하여 $f(a) = 4\sqrt{3}$ 일 때,

$\int_0^a f(x) \sqrt{f'(x)} dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

곡선 $y = f(x)e^{-x}$ 와 직선 $y = x+t$ 가 접하도록 하는 실수 t 의 값은 오직 t_1 뿐이다.

x 에 대한 방정식

$$f(x) = (x+t_1)\{f'(x) - f(x)\}$$

의 서로 다른 실근의 개수가 1일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$ 이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.