제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. 함수 $f(x)=x^2+3x$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x)=e^x$에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx$의 값은? [2점]

① e^2 ② e^2+1 ③ e^2-1 ④ e ⑤ $e-1$

3. 함수 $f(x)=5x^2+5x$의 최솟값은? [2점]

① $-\frac{5}{4}$ ② $-\frac{10}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{10}{4}$

4. 함수 $f(x)=2x^3-9x^2+12x+1$ 의 극댓값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x\,dx$의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{6}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

6. 곡선 $y^3 = x^2y^2 + \ln x$ 위의 점 $(1,1)$에서의 접선의 기울기는?[3점]

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

7. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$을 $g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq 0) \\ 0 & (f(x) < 0) \end{cases}$ 라 정의 하자. 함수 $g(x)$가 $x=0, x=3$에서 미분 가능하지 않고, $\lim_{x \to +0} g'(x) = 6$ 라고 할 때, $f(5)$의 값은? [3점]

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

8. 함수 $f(x)=x^2e^x$에 대하여 $\int_0^1 \frac{f''(x)}{e^x}dx$의 값은? [3점]

① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

9. 함수 $f(x)=x^2+ax$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(h+1)-f(1)}{h}=3$ 일 때, $f(1)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10. 함수 $f(x)$위 의 점(3,1)에서 그은 접선의 기울기가 2일 때, 함수 $f(3x)$의 역함수 $g(x)$에 대하여 $g'(1)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

11. 함수 $f(x)=x^2-2x$와 직선 $y=x$가 만나는 두 점을 각각 A,B 라 할 때, 함수 $f(x)$위를 움직이는 점 $P(t,f(t))$에 대하여 삼각형 ABP 넓이의 최댓값은? (단, $0<t<3$)

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{9}{8}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ $\frac{27}{8}$

12. 함수 $f(x)=x^3-3x^2+2x$의 변곡점에서 그은 접선이 x축과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③1 ④ 2 ⑤ 4

13. 함수 $y=f(x)$을 매개변수 t로 나타내면

$\begin{cases} y=(t^2-3t+3)e^t \\ x=\ln t \end{cases}$ 이고, 함수 $y=f(x)$의 최솟값은 $a\times e^b$이다.

$a+b$의 값은? (단,a와 b는 정수)

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 3 ⑤ 2

14. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$\left|\int_0^x f(t)dt\right|$ 가 $x=-4$에서 만 미분 가능하지 않을 때, $\frac{f(2)}{f(1)}$의 값은? [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(4)$의 값이 최소일 때, $f(4)+k$의 값은? (단, $k<3$인 정수) [4점]

(가) 함수 $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) $\lvert f(3)\rvert+\lvert f'(k)\rvert=0$
(다) $x\geq -3$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq 0$ 이다.

① -4 ② 1 ③ 4 ④ 6 ⑤ 7

16. 함수 $f(x)=\frac{(\ln x)^n}{x}(x>0)$위의 점 $P(t,\frac{(\ln t)^n}{t})$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라고 하자. 함수 $g(t)$의 최댓값이 존재하게 하는 50이하의 자연수 n의 개수는? [4점]

① 22 ② 24 ③ 25 ④ 49 ⑤ 50

17. 삼차 함수 $f(x)$와 $f(x)$의 역함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_1^3 \frac{f'(f(x))}{g'(f(x))}dx = 5$

(나) $f(1)=3, f(3)=5, f'(5)=3$

$g'(10)=\frac{q}{p}$라 하자. p^2+q^2의 값은?(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

① 5 ② 10 ③ 13 ④ 17 ⑤ 26

18. 미분 가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_{\ln 2}^{\ln 3} f'(e^x)dx = -5$

(나) $f(2)=2, f(3)=6$

$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{3}} f(\frac{1}{t})dt$의 값은? [4점]

① −5 ② −4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

19. 미분 가능한 함수 $f(x)$가 다음조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=\frac{4}{\pi}$

(나) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} t\sin t f'(\cos t)\,dt=5$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,dx$의 값은? [4점]

① −7 ② −5 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

20. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)\ln|x|$와 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$

(나) $|x|>0$인 모든 실수 x에 대하여 함수 $|g(x)|$는 미분 가능하다.

$\frac{g(4)}{g(2)}$의 값은? (단, $\lim_{x\to 0} f(x)\ln|x|=0$) [4점]

① 2 ② 5 ③ 10 ④ 20 ⑤ 25

21. 함수 $f(x)=\frac{\ln x}{x}(x>0)$위를 움직이는 점 $P(t,f(t))$에 대하여 점 P에서의 접선에 수직이고, 점 P를 지나는 직선이 y축과 만나는 점을 A라고 하자. 선분 OP와 선분 PA가 이루는 예각의 크기를 $g(t)$라고 할 때, 함수 $g(t)$가 불연속이 되는 서로 다른 모든 t값들의 곱은 $e^{\frac{q}{p}}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p와q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

① 5 ② 10 ③ 13 ④ 26 ⑤ 34

단답형

22. 함수 $f(x)=x+\ln x^2$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_0^1 e^{x^2}x\,dx=\frac{e}{p}+\frac{1}{q}$ 일 때 $10p+q$의 값을 구하시오.[3점]

24. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f(1+\frac{2k}{n})=3$을 만족시킬 때, $3f(2)$의 값은? [3점]

25. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 상수 a,b,c에 대하여 $\int_a^b f(x)dx=4, \int_a^c f(x)dx=10$ 일 때 $\int_b^c f(x)dx$의 값을 구하시오.[3점]

26. $f(0)=0$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $\left|f(x)-\int_0^x f(t)dt\right|$ 가 $x=a(a>0)$ 에서 만 미분가능 하지 않다. a의 값을 구하시오 [4점]

27. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$위의 점$(t,f(t))$에서의 접선이 x축과 이루는 예각의 크기를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(2)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g(t)$는 $t=-1, t=1$ 에서만 극값을 가진다.

(나) 함수 $g(t)$는 $t=-2$ 에서만 불연속이다.

28. 이차함수 $f(x)$와 일차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $\mathit{J}(x)$을

$$\mathit{J}(x)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^x f(t)dt & (f(x)\geq g(x))\\ f(x) & (f(x)<g(x))\end{cases}$$

라 정의 할 때, 함수 $f(x), \mathit{J}(x)$ 는 다음조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$

(나) 함수 $\mathit{J}(x)$는 $x=3$ 에서 만 미분 가능하지 않다.

$\dfrac{f(6)+f'(3)}{g(2)}$의 값을 구하시오. [4점]

29. 서로 다른 두 삼차함수 $f(x), g(x)$에 대하여 함수 $I(x)$을

$$I(x)=\begin{cases} f(x) & (x^2e^{-x} \geq \left|\frac{3}{4}e^{-\frac{3}{2}}(x+a)\right|) \\ g(x) & (x^2e^{-x} < \left|\frac{3}{4}e^{-\frac{3}{2}}(x+a)\right|) \end{cases}$$

라 정의 할 때, 함수 $I(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분 가능하다. a의 최솟값을 p 라고 할 때, $100p^2$의 값을 구하시오. [4점]

30. $f(x)>0$ 인 이차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $H(x)$을

$$H(x)=\int_{g(x)}^{f(x)} f(t)\,dt$$

라 정의 할 때, 함수 $f(x), g(x), H(x)$ 가 다음조건을 만족시킨다.

(가) $H(1)=0$

(나) 함수 $f(x)$와 함수 $g(x)$가 만나는 모든 점의 x좌표 값은 정수이다.

(다) $x<t$인 어떤 실수 x에 대하여 $H(x)<0$을 만족하게 하는 정수 t의 최솟값은 5이다.

$\int_0^1 f(x)dx-\int_0^1 g(x)dx$의 값을 $\frac{q}{p}$라 할 때, p^2+q^2의 값을 구하시오.(단, p와q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.