특수상대성이론 하면 빠지지 않고 나오는 상수 하나가 있습니다.

바로 **로렌츠인자**인데요, 사실 그리 어렵지 않기 때문에 외우든 안 외우든 별 상관없습니다.

관심의 대상이 되는 두 좌표계의 상대속도의 크기가 , 진공에서 빛의 속력이 c로 주어질 때

로렌츠인자 γ는 $\gamma = \dfrac{1}{1-\ \dfrac{v}{c}\Big)}$ 으로 정의됩니다.

저 식이 중요한 것은 아니고, 식의 의미만 알아 가면 충분합니다.

로렌츠인자는 상대론적 효과, 즉 두 좌표계의 관측이 뒤틀리는 정도를 대표합니다.

로렌츠인자의 값이 클수록, 상대론적인 효과가 크고 값이 작을수록 효과가 작습니다.

그럼 그 값은 어떻게 변할까요? c는 상수이므로 v의 값에 따라 γ의 값이 달라집니다.

v의 값이 작을 때, $\dfrac{v}{c}$는 거의 0에 가깝습니다. 그러면 γ는 1에 가까워집니다.

$v=0$이 되면 γ는 1이 되죠. 상대론적인 효과가 없습니다.

한편, v의 값이 아주 크면 $\dfrac{v}{c}$가 의미있는 값을 가지게 됩니다. $\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{4}{5}$같은 값 말이죠.

그러면 $\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}$의 값이 1보다 작게 됩니다. 따라서 γ는 1보다 큰 값을 가집니다.

v가 c에 가까울수록, $\dfrac{v}{c}$의 값이 1에 다가가고, γ는 점점 커지게 되죠.

그러면 상대론적인 효과가 두드러지게 나타나게 됩니다.

그래서 일상생활에서는 상대론적인 효과가 관측되지 않습니다. 상대속도가 너무 작아서요.

한편 우주에서 운동하는 인공위성이라거나, 아주 빠른 비행기 등에서는

이러한 상대론적인 효과가 실제로 관측됩니다.

“상대속도 v가 클수록 상대론적 효과가 크다!” 이 문장만 확실히 숙지하고 넘어갑시다.

상대성이론의 가장 기본이 되는 두 가지 원리가 기억나십니까?

그 어느 관성계도 절대적인 기준이 될 수 없다는 '상대성 원리'

그리고 어느 관성계에서 관측해도 광속은 라는 '광속 불변의 원리'

(특수)상대론적 효과에 의한 현상들은 모두 여기서 유도됩니다.

가장 대표적인 현상으로 (1) 동시성의 상대성, (2) 시간 팽창, (3) 길이 수축이 있습니다.

지금부터 하나하나 살펴보도록 합시다. 우선 동시성의 상대성부터 공부할 것입니다.

그 다음에 복합적인 문제들, 과년도 EBS 문제, 기출문제들을 풀어보도록 하겠습니다.

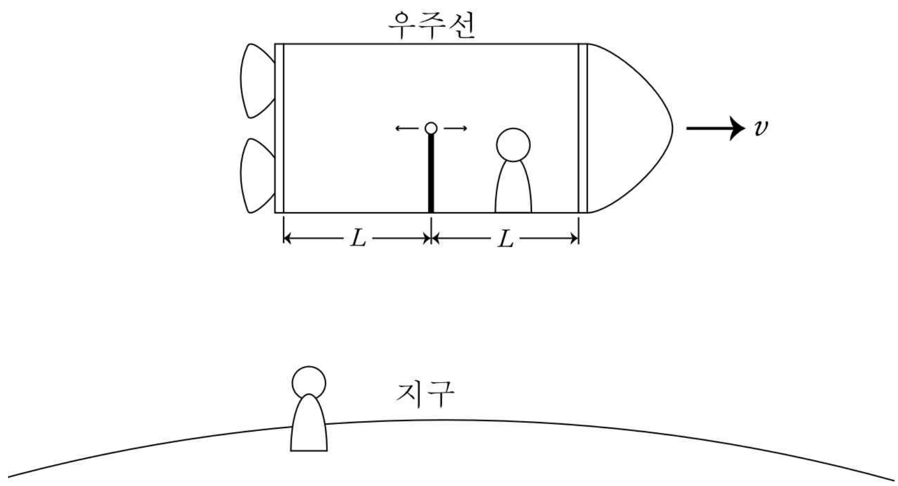
다른 내용들을 잊어버렸더라도, **사건**과 **광속 불변**만큼은 다시 살펴보고 오세요.

동시성의 상대성(동시성의 붕괴)을 한 문장으로 표현하면 다음과 같습니다.

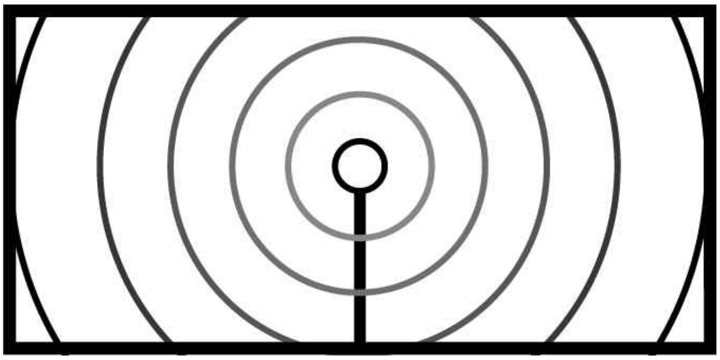
"어떤 관성계에서 동시에 일어나는 두 사건은 다른 좌표계에서는 동시에 일어나지 않는다."

유명한 예제를 살펴보면서 설명을 이어가보죠.

예제 22) 선실의 고유길이가 2 인 우주선이 지구에 대하여 v의 속도로 운동하고 있다. 선실의 중앙에서 양쪽 벽을 향해 수직하게 빛을 쏠 때, 각 벽에 빛이 도달하는 사건을 우주선 안의 관찰자와 지구의 관찰자가 각각 어떻게 관측하는가?



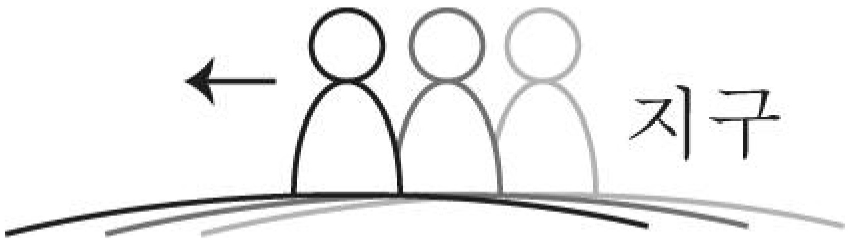
우선 우주선에서의 관측을 그림으로 그려보면 다음과 같습니다.



당연히 광원은 정지해 있는 것으로 관측됩니다. 우주선 역시 정지해 있는 것으로 관측됩니다.

한편, 광원에서 빛을 쏜 후 나타나는 빛의 궤적은 위와 같이 동심원으로 그려집니다.

이때, 우주선에서 바깥(지구)을 보면 다음과 같이 왼쪽으로 운동하는 것으로 관측됩니다.



앞선 특강에서 다루었던 상대적인 운동이 여기서 쓰이는 것입니다. 어렵지 않지요?

헷갈리기 쉬운 것은, 여기서 '우주선의 관측'을 상식에 비추어서 단순히 '잘못 본 것'이나

실제와 다른 것'이라고 생각해서는 안 된다는 것입니다.

우주선에게는 위의 두 관측이 실제이고, 지구의 관측이 여기에 우위를 가지지 않습니다.

자, 이제 순서쌍 표기를 이용해서 두 사건을 구해봅시다.

빛이 광원으로부터 나오는 사건을 $0,\ 0)$이라고 합시다. 원점을 정한 것입니다.

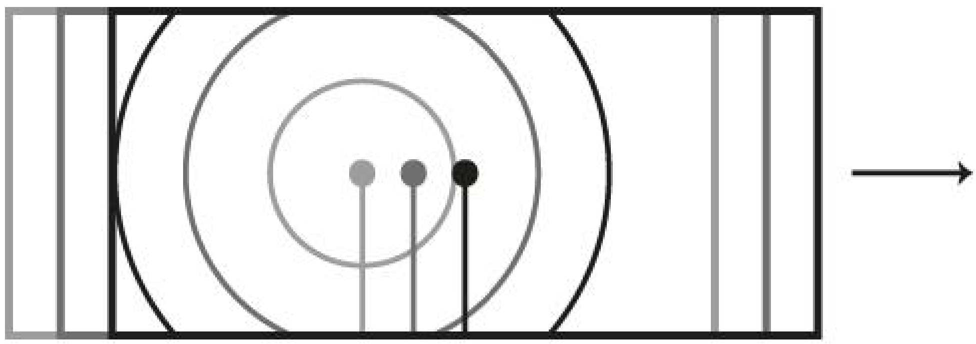
왼쪽 벽에 빛이 도달하는 사건을 A, 오른쪽 벽에 빛이 도달하는 사건을 B라고 하면

우주선의 길이가 2 이므로 A는 $(-L,\ L/c)$으로, B는 $(L,\ L/c)$로 나타낼 수 있습니다.

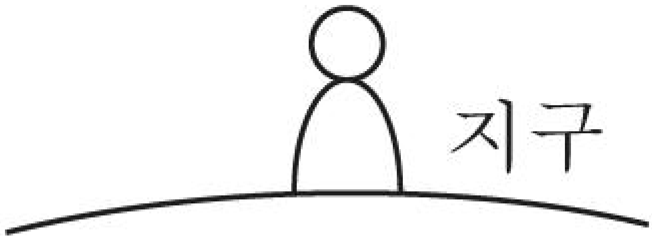
이때, 두 사건 사이의 시간 간격은 $t\ \ -t_A=0$인데, 이를 '**동시**'라고 합니다.

동시라는 것이 대단한 것이 아닙니다. 두 사건 사이의 시간 간격이 0인 경우일 뿐입니다.

이제 지구에서 우주선을 관측하는 경우를 그림으로 살펴봅시다.



먼저 빛이 닿음



지구에서는 위 그림처럼 우주선이 오른쪽으로 운동하는 것으로 관측합니다.

지구 자체는 당연히 정지해 있는 것으로 관측할 것입니다.

그런데 위 그림에서 빛의 궤적을 보면, 광원이 운동하는 것과 상관없이

동심원을 그리며 퍼져나가는 것을 알 수 있습니다. 바로 광속 불변의 원리 때문입니다.

그런데 우주선의 왼쪽 벽은 빛을 향해 다가가고, 오른쪽 벽은 빛에서 달아납니다.

빛의 속력은 로 일정하지만, 이동하는 거리가 다르면 걸린 시간도 차이가 나게 됩니다.

어떻게 차이가 날까요? 우주선에서와 똑같이 빛이 나오는 사건을 $(0,\ 0)$으로 둡시다.

그러면 지구에서 관측하는 A는 $-\frac{c\quad '}{c+v},\ \frac{L'}{c+v}\Big)$가 되고, B는 $\left(\frac{cL'}{c-v},\ \frac{L'}{c-v}\right)$가 됩니다.

여기서 L이 아니라 L'인 것은 길이수축 때문인데, 일단은 넘어가도록 하죠.

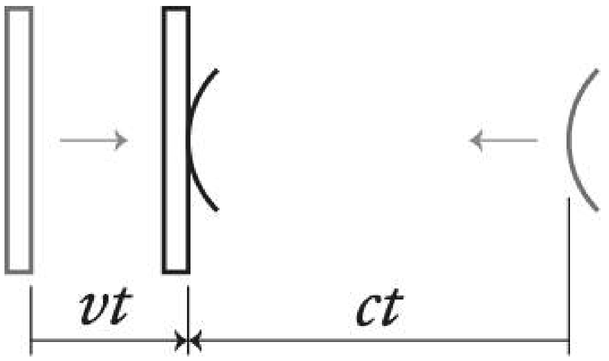
일단은 L보다는 작은 어떤 값이라고 생각합니다. ※ 실제로 그러함

그보다는 왜 $\frac{c}{c+v}$, $\frac{c}{c-v}$같은 이상한 계수가 나타났는지를 살펴봅시다.

우선, 빛이 왼쪽 벽에 도달하는 경우와 오른쪽 벽에 도달하는 경우 모두

광원과 벽 사이의 처음 거리는 $'$으로 같습니다.

그런데 A의 경우 벽이 빛을 향해 다가갑니다. 아래 그림처럼 말이죠.

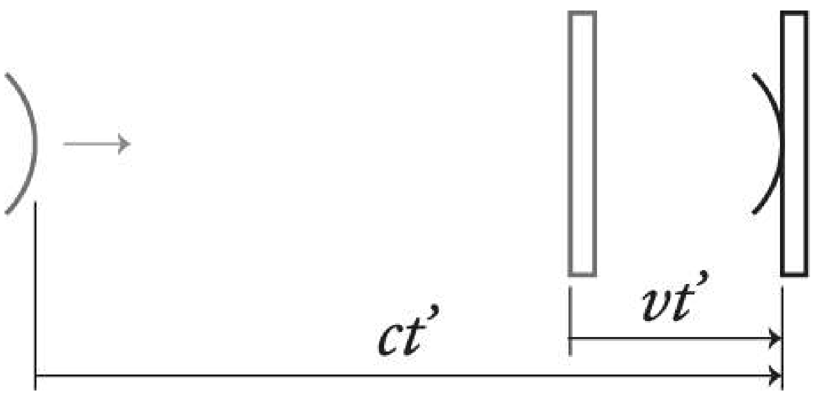


여기서 는 A가 발생할 때까지 걸린 시간입니다. v는 우주선, 즉 벽의 속력이고요.

그림을 보니 $vt+ct=L'$입니다. 따라서 A가 일어난 시각 $t=\dfrac{L'}{c+v}$ 이군요.

A가 발생한 위치는 시각 t일 때 빛의 변위와 같습니다. 따라서 $-ct=-\dfrac{cL'}{c+v}$입니다.

B의 경우 벽이 빛으로부터 도망갑니다. 아래 그림을 살펴봅시다.



마찬가지로 v는 벽의 속력, t'은 걸린 시간입니다. 그림에서 $ct'-vt'=L'$이므로

B가 일어난 시각 $t'=\dfrac{L'}{c-v}$이고, B가 일어난 위치 $ct'=\dfrac{cL'}{c-v}$가 되겠습니다.

A가 일어난 시각과 B가 일어난 시각이 각각 $\dfrac{L'}{c+v}$, $\dfrac{L'}{c-v}$이므로 A가 더 먼저 일어납니다.

심화 특강이니 좀 복잡한 계산을 해보았지만, 사실 중요한 것은 계산이 아닙니다.

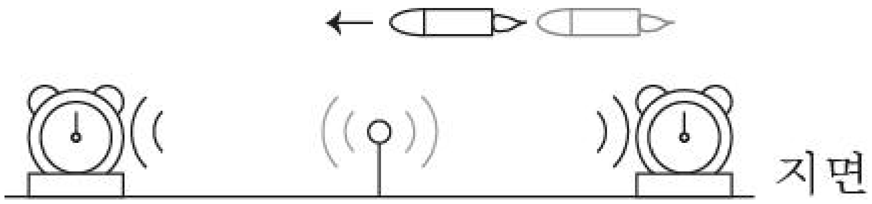
중요한 것은 빛이 이동한 거리가 길수록 걸린 시간이 크다는 것,

그리고 어떤 좌표계에서 동시에 일어나는 두 사건은 다른 좌표계에서는 그렇지 않다는 것,

마지막으로 관측 값만 달라질 뿐이지, 사건은 반드시 모든 좌표계에서 발생한다는 것입니다.

이 3가지를 반드시 염두에 두시기 바랍니다. 앞으로 살펴볼 예제들도 이를 활용할 것입니다.

우리는 위의 예제와 비슷한 상황을 이미 본 적이 있습니다. 바로 시계의 동기화 과정입니다.

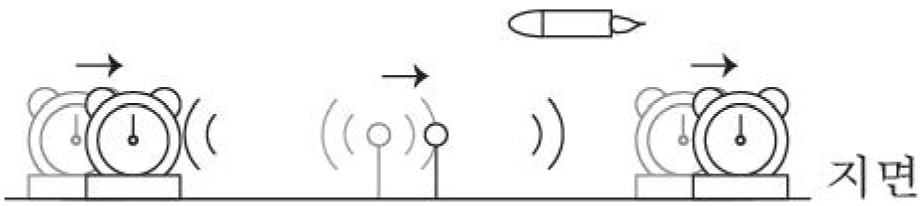


지면에서 서로 떨어져있는 두 시계를 동기화하고 있는데, 우주선이 날아가고 있는 상황입니다.

위 그림은 그것을 지면에서 관측하여 나타낸 것입니다.

광원이 두 시계의 중앙에 있기 때문에, 빛이 두 시계에 동시에 도달하게 됩니다.

빛이 도달한 순간부터 시계가 돌아가게 되어있으므로 두 시계가 항상 같은 시각이 됩니다.



한편, 이 그림은 우주선에서 관측한 것입니다. 지면 좌표계가 전부 오른쪽으로 운동합니다.

그런데 빛의 궤적을 살펴보면, 왼쪽 시계에 먼저 도달한다는 것을 알 수 있습니다.

따라서 우주선에서 관측하면 왼쪽 시계가 오른쪽 시계보다 먼저 돌아가기 시작합니다.

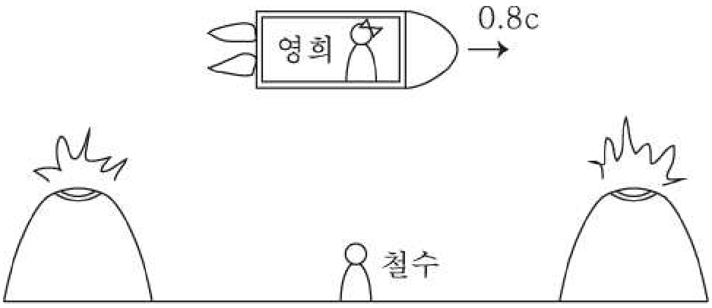
이는 두 시계가 동기화되지 않았음을 의미합니다.

이처럼 빛의 속력이 변하지 않기 때문에, 동시성은 상대적인 개념이 되어버립니다.

선후 구분도 어려운 것이 아닙니다. 빛의 궤적을 조사하면 간단히 선후를 구분할 수 있습니다.

이제 동시성의 상대성 문제에 등장하는 **두 번째 케이스**를 살펴보겠습니다.

예제 23) 그림은 두 화산이 폭발하는 것을, 두 화산의 중앙에 정지해 있는 철수와 철수에 대해 $.8c$의 속도로 오른쪽으로 운동하는 우주선에 탄 영희가 각각 관측하는 모습을 나타낸 것이다. 철수는 영희가 철수가 있는 위치를 지나는 순간, 두 화산이 동시에 폭발한 것으로 관측하였다.

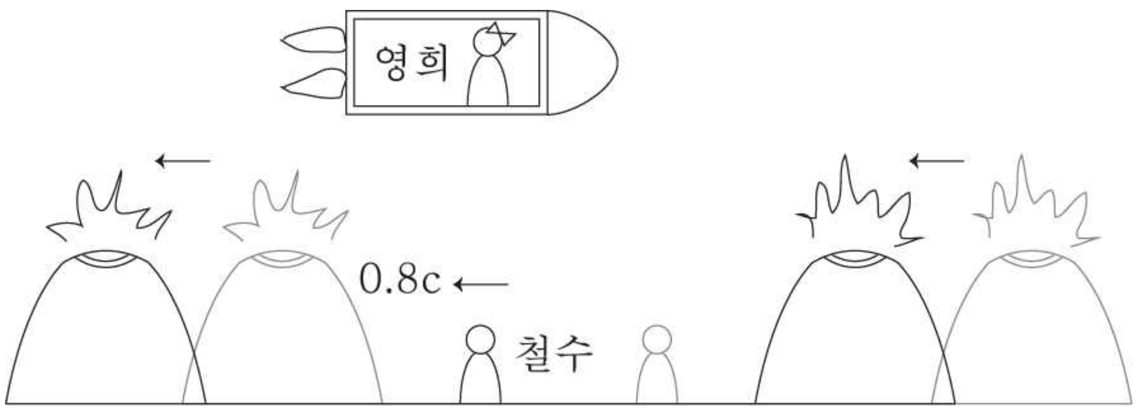


영희의 관측은?

예제 22번에서는 광원 하나에서 양쪽 벽으로 빛이 나아갑니다.

여기서는 반대로 광원 둘에서 가운데로 빛이 진행한다는 차이가 있습니다.

뭐, 문제를 살펴보죠. 영희의 좌표계에서는 당연히 철수와 지면이 함께 운동합니다.



운동 방향은 철수의 관측과 반대인 왼쪽, 속력은 $0.8c$이죠. 여기까지는 수월합니다.

문제는 영희가 관측할 때는 두 화산이 동시에 폭발하지 않는다는 것입니다.

이유는 당연히 철수의 좌표계에서 동시인 두 사건은 영희의 좌표계에선 동시가 아니라서 이고,

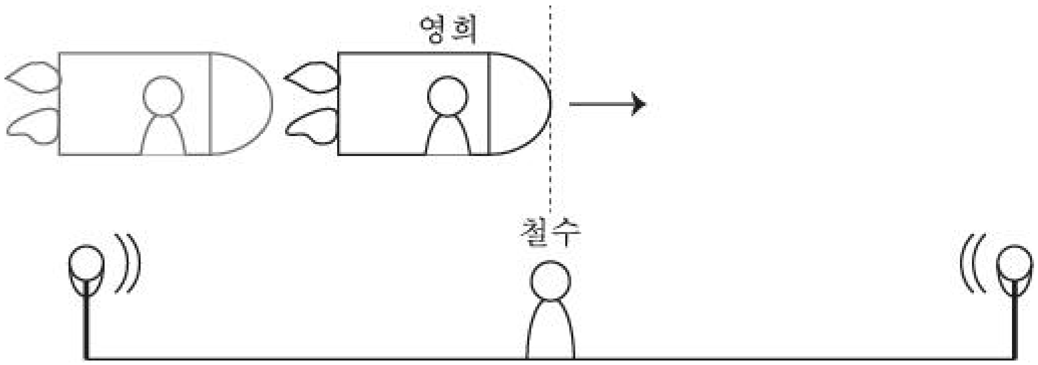
궁금한 것은 왼쪽 화산과 오른쪽 화산 중 “무엇이 먼저 폭발하느냐”입니다.

이 문제를 해결하는 방법은 두 가지가 있습니다.

첫 번째는 사건을 이용한 정석적인 풀이이고, 두 번째는 사고실험을 이용한 풀이입니다.

우선 사건을 이용해서 이 상황을 ‘완전히’ 이해해보죠.

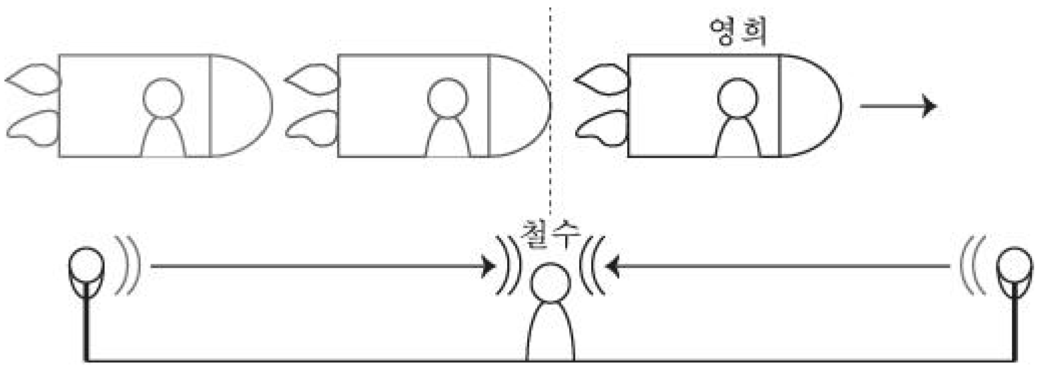
화산은 너무 커서 그림을 알아보기 힘드니 다른 광원(예를 들어 전구)으로 대체하겠습니다.



여하튼 왼쪽 화산이 폭발하는 사건을 A, 오른쪽 화산이 폭발하는 사건을 B라고 합시다.

철수는 A와 B가 동시에 발생한 것으로 관측했다고 했으니 그림으로 그려보면 위와 같습니다.

이제 어느 정도 시간이 지나면 다음과 같은 사건이 일어날 것입니다.



철수에게 두 빛이 동시에 도달하는 사건 C가 일어납니다.

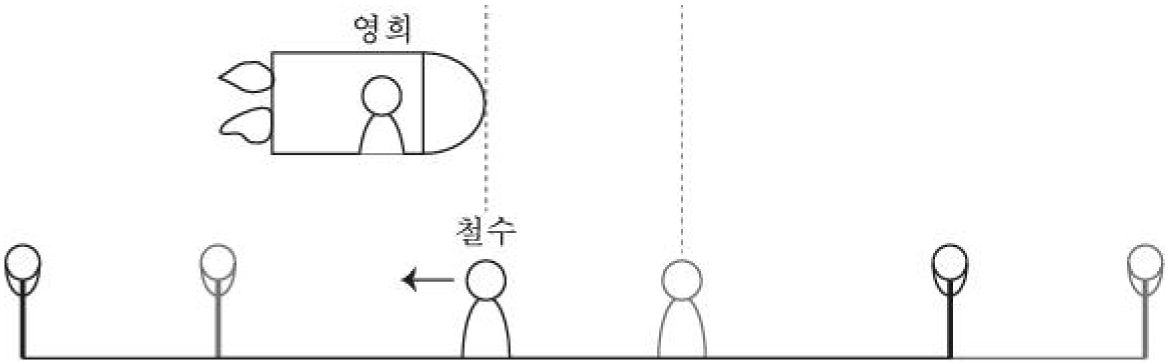
그런데 여기서의 동시는 ‘서로 다른 두 사건의 시간 간격이 ”에서의 동시와는 다릅니다.

이 동시는 한 지점에서의 동시이기 때문에 다른 두 사건이 아니라 하나의 사건입니다.

여기서 주목해야할 점은, 사건은 반드시 모든 좌표계에서 발생한다는 것입니다.

간단히 말해서, 어떤 사건이 ‘여기’서는 일어나고 ‘저기’서는 안 일어날 수는 없습니다!

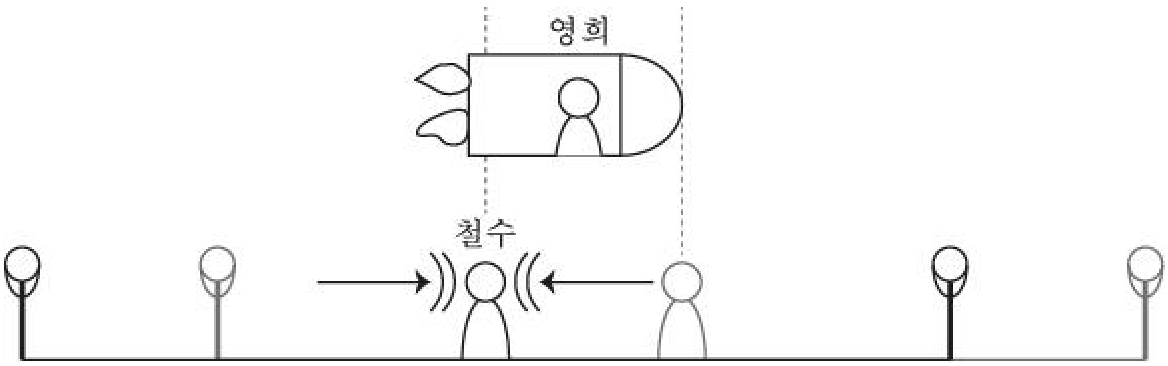
철수의 관측은 쉽습니다. 이제 영희의 관측을 그림으로 살펴봅시다.



아직 A와 B 중 어느 것이 먼저 발생했는지를 알 수 없어서 빛의 궤적을 그릴 수가 없군요.

이를 그리기 위해서는 어디선가 힌트를 얻어야 합니다. 바로 사건 C의 존재입니다.

위의 상황에서 조금 더 시간이 지나, C가 발생했을 때를 살펴봅시다. 물론, 영희의 관측으로요.



철수와 영희가 스쳐지나간 후 어느 정도 시간이 흘렀을 때, 사건 C가 발생합니다.

C는 바로 두 빛이 철수에게 동시에 도달하는 사건입니다.

왜 영희의 관측에서도 두 빛이 철수에 동시에 도달하게 될까요?

앞에서 이야기했지만, 두 빛이 한 지점에 동시에 도달하는 사건은 하나의 사건입니다.

두 빛이 따로따로 도착하는 두 개의 사건으로 나누어지지 않습니다.

즉, **이 세상 그 어느 좌표계에서 관측하더라도 철수에게는 두 빛이 동시에 도달**합니다.

왜냐하면 그러한 하나의 사건 C가 존재하기 때문입니다.

일단 여기까지 완전히 이해한 다음에 뒤쪽으로 넘어가세요.

자, 그래서 영희가 볼 때 A와 B 중 무엇이 먼저 일어난 것일까요?

왼쪽 화산에서 A가 일어난 순간부터 C가 일어난 순간까지, 빛이 철수 쪽으로 운동합니다.

오른쪽 화산에서도 B가 일어난 후 C가 일어났을 때까지 빛이 철수에게로 운동합니다.

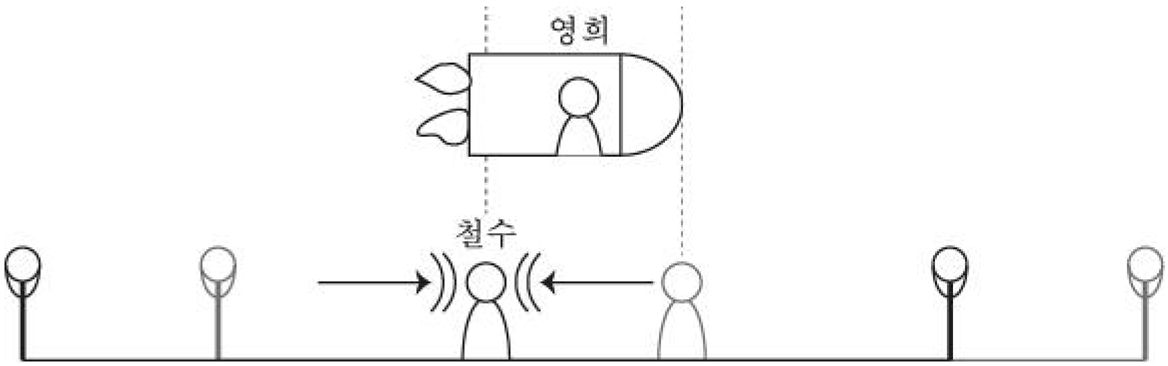
그런데 철수가 왼쪽으로 운동하고 있으므로, 왼쪽 화산에서 온 빛의 이동거리가 더 짧습니다.

빛의 속력은 로 일정하므로, 왼쪽 화산에서 온 빛의 이동 시간이 더 짧습니다.

따라서 A~C 사이의 시간 간격이 B~C 사이보다 짧습니다.

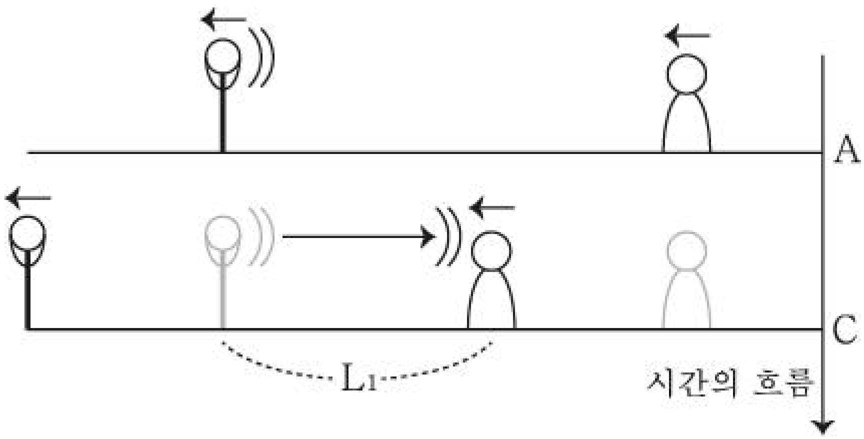
사건이 일어난 순서가 B~A~C가 되어야 하는 것이죠.

글로 이해하기는 어려우니 그림을 그려서 살펴봅시다. **머릿속으로 이미지를 상상**하세요.



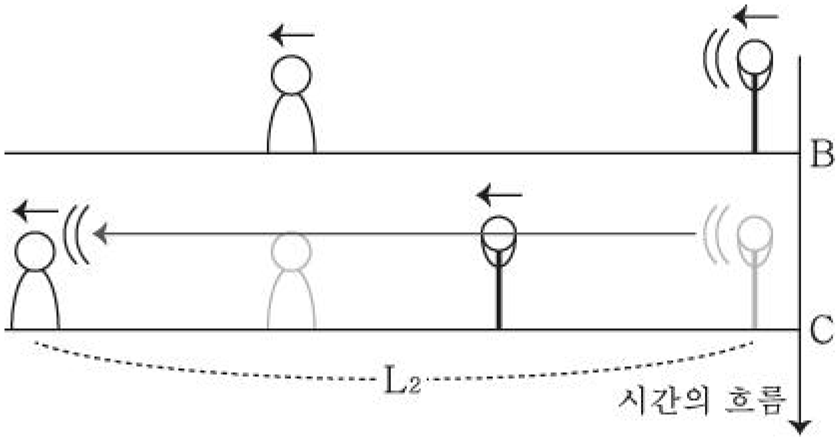
우선 결과적으로 두 빛은 철수에게 동시에 도달합니다. 위 그림처럼 말이죠.

우리가 해야 할 것은 <u>이러한 결과가 일어나도록</u> A와 B를 배치하는 것입니다.



왼쪽에서 빛이 오는 궤적을 그리면 그림과 같습니다.

이때, 빛의 이동거리 은 광원과 철수 사이의 처음 거리보다 짧습니다.



오른쪽에서 빛이 오는 궤적을 그리면 그림과 같습니다.

이때, 빛의 이동거리 는 광원과 철수 사이의 처음 거리보다 길지요.

궤적이 저렇게 그려지는 이유는 당연히 광속 불변의 원리 때문이고요.

이제 A와 C 사이의 시간 간격은 $L_1 \ c$이고 B와 C 사이의 시간 간격은 L_2/c이므로

왼쪽 화산이 터진 후 철수에게 그 빛이 도달하기까지보다

오른쪽 화산이 터진 후 철수에게 그 빛이 도달하기까지가 더 오래 걸립니다.

따라서 B가 가장 먼저 일어나고, A가 두 번째, C가 마지막에 일어나야 맞습니다.

즉, 영희는 오른쪽 화산이 먼저 폭발하는 것으로 관측합니다.

여기까지가 정석적인 방법이었습니다. 설명이 상당히 (...) 길어졌네요.

거의 공리에서부터 하나하나 밟아나갔기 때문에 당연한 결과겠죠.

이제는 실제로 문제를 만났을 때에 이렇게 하나하나 풀어나갈 필요가 없습니다.

여기서 우리가 주목해야하는 부분을 사건 C는 하나라는 것이고,

사건 A와 B는 그러한 결과가 나타나도록 되어야 한다는 것입니다.

확실히 이해만 한다면, 이제는 이런 유형을 "척수반사의 영역"에서 해결할 수 있습니다.

두 번째로 사고실험을 이용하는 방법을 살펴보도록 합시다.

철수가 관측했을 때(= 철수의 좌표계에서) 두 화산은 동시에 폭발합니다.

그렇다면 폭발 이전에는 무엇이 있었을까요? 정답은 “뭐가 있었던지 상관이 없다”입니다.

결론적으로 문제에는 주어져있지 않은 조건을 우리가 만들어보자는 겁니다.

처음에는 떠올리기 어려운 방법이지만, 요령만 알면 상대론이 정말 쉬워질 겁니다.

다시 철수의 좌표계로 돌아가 보죠. 화산이 폭발하기 전에 사건 하나를 추가합시다.

바로 철수가 좌우로 빛을 쏘는 사건 O입니다.

그리고 이때 쏘아진 빛이 화산에 도달했을 때, A와 B가 일어났다고 합시다.

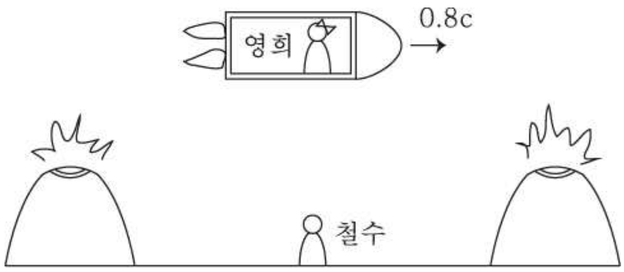
즉, 빛이 왼쪽 화산에 도달하는 사건 = 왼쪽 화산이 폭발하는 사건 = A가 되고

빛이 오른쪽 화산에 도달하는 사건 = 오른쪽 화산이 폭발하는 사건 = B가 됩니다.

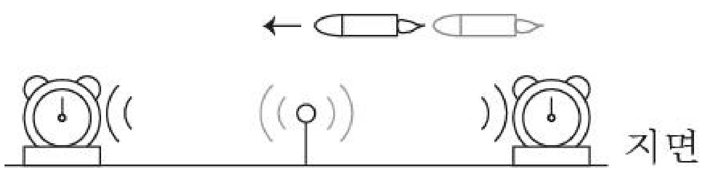
이제 영희의 관점(영희의 좌표계)에서 보면 철수와 두 화산은 왼쪽으로 운동하므로

사건 O에서 발생한 빛이 각 화산까지 이동한 거리가 오른쪽 화산 쪽이 짧습니다.

따라서 빛이 오른쪽 화산에 먼저 도달하므로 B가 먼저 발생합니다.



이런 유형의 문제가



이런 유형으로 바뀐 것입니다.

지금까지 동시성의 상대성이 왜 일어나는지, 그리고 어떤 경우가 있는지를 살펴봤습니다.

특히 이 두 가지 케이스는 꼭 헷갈리지 않게 공부해두세요.

다음 특강에서는 시간 팽창과 길이 수축에 대해서 알아보도록 하겠습니다.