Seoul Union of Math education

서울권 수학교육과 연합 동아리
SUM 소모임 해장 고3팀 주관

theme 1. 속도와 거리

- 움직인 거리 vs 위치의 변화량

- 그래프로 계산하는 법

- 원함수와 절댓값함수($f(x) \pm |f(x)|$)

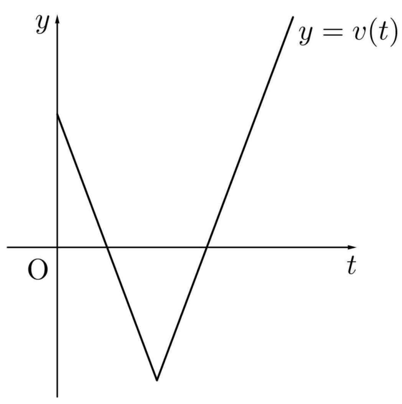
1. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도는

$$v(t) = |at - b| - 4 \quad (a > 0,\ b > 4)$$

이다. 시각 $t=0$에서 $t=k$까지 점 P가 움직인 거리를 $s(k)$, 시각 $t=0$에서 $t=k$까지 점 P의 위치의 변화량을 $x(k)$라 할 때, 두 함수 $s(k)$, $x(k)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0 \leq k < 3$이면 $s(k) - x(k) < 8$이다.
> (나) $k \geq 3$이면 $s(k) - x(k) = 8$이다.

시각 $t=1$에서 $t=6$까지 점 P의 위치의 변화량을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)



2023 사관 20

2. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $x(t)$가 두 상수 a, b에 대하여

$$x(t)=t(t-1)(at+b) \quad (a \neq 0)$$

이다. 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가 $\int_0^1 |v(t)|dt=2$를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\int_0^1 v(t)dt=0$

ㄴ. $|x(t_1)|>1$인 t_1이 열린구간 $(0,\ 1)$에 존재한다.

ㄷ. $0 \leq t \leq 1$인 모든 t에 대하여 $|x(t_2)|<1$이면 $x(t_2)=0$인 t_2가 열린구간 $(0,\ 1)$에 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2022 수능 14

3. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=2(t-3), \quad v_2(t)=(t-2)(t-4)$$

이다. 시각 $t=0$부터 $t=t_1\,(t_1 \geq 4)$까지 두 점이 같은 방향으로 움직인 거리의 합과, 시각 $t=0$부터 $t=t_1$까지 두 점이 다른 방향으로 움직인 거리의 합이 같을 때, t_1의 값을 구하시오.

2021 문참시 자작문제

theme 2. 미분가능성

- 구간별함수의 연속성과 미분가능성

- 절댓값함수의 연속성과 미분가능성

- 차함수

4. 함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$는 일차함수이다. 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} |f(x)-g(x)| & (x<1) \\ f(x)+g(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0)=0$, $h(2)=5$일 때, $h(4)$의 값을 구하시오.

2020 수능 나 30

5. 두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=|xf(x-p)+qx|$이다.
(나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2022 6월 14

6. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=f(3)=0$
(나) 집합 $\{x|x\geq 1$이고 $f'(x)=0\}$의 원소의 개수는 1이다.

상수 a에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)f(a-x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\dfrac{g(4a)}{f(0)\times f(4a)}$의 값을 구하시오.

2021 9월 나형 30

7. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (0\leq x\leq 2) \\ (x-1)f(x) & (x<0 \text{ 또는 } x>2) \end{cases}$$

와 상수 k는 다음 조건을 만족시킨다. (단, $g(2)\neq 0$)

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(나) 함수 $g(x)$가 미분가능하지 않은 점의 개수는 1이다.
(다) $g(k)=0$, $g'(k)=18$

$g(4)\times\displaystyle\int_0^k |f(x)|dx$의 값을 구하시오.

2022-1 해장 자작문제

theme 3. 대칭성, 주기성

- 주기함수, 대칭함수의 표현

$f(x)=f(x-a)$:

$f(x)=f(x-a)+b$:

$f(x)=f(a-x)$:

$f(x)+f(a-x)=b$:

- 주기함수, 대칭함수의 정적분

8. 닫힌구간 $[0,1]$에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$f(0)=0,\quad f(1)=1,\quad \int_0^1 f(x)\,dx=\frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^{2} g(x)\,dx$의 값은?

(가) $g(x)=\begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1<x<0) \\ f(x) & (0\le x\le 1) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2)=g(x)$이다.

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

2022 6월 11

9. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-3)+4$이다.
> (나) $\int_{0}^{6} f(x)dx=0$

함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=6$, $x=9$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

2019 수능 나형 17

10. 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0 \le x \le 1$에서 $f(x)=-x^2+2$이다.
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(1-x)=f(1+x)$이다.
> (다) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$이다.

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=\int_{-n}^{n} f(x)dx$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{15} n^2 a_n$의 값을 구하시오.

2022-1 해장 자작문제

theme 1. 속도와 거리

1. 14

2. ③

3. 6

theme 2. 미분가능성

4. 39

5. ③

6. 105

7. 324

theme 3. 대칭성, 주기성

8. ②

9. ④

10. 400