

제 2 교시

2023학년도 기대모의고사 9평 대비 문제지

수학 영역

홀수형

|    |  |       |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|--|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 성명 |  | 수험 번호 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|--|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

제일 높은 곳에 난 땀길 원해

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

| 2023학년도 논술대비  |  | 고3 / N수 | 추석, 개천절             | 김기대 선생님 |
|---|--|---------|---------------------|---------|
| 서울시립대 논술 Final (대면+비대면)   |  |         | 강좌수 : 5             |         |
| 강   | 강의명                                      |         | 촬영일/시간              |         |
| 1   | OT, 실전모의고사 1회, 해설                        |         | 9/11(일) 18:00~21:30 |         |
| 2   | 1회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 2회, 해설             |         | 9/18(일) 18:00~21:30 |         |
| 3   | 2회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 3회, 해설             |         | 9/25(일) 18:00~21:30 |         |
| 4   | 3회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 4회, 해설             |         | 10/2(일) 18:00~21:30 |         |
| 5   | 4회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 5회, 해설, 시험 유의사항 안내 |         | 10/3(월) 18:00~21:30 |         |
| 강의 특징   |  |         |                     |         |
| 1. 강사가 직접 인종한 3년 연속 시립대 합격증 (all 수학과) 및 전체 수석합격의 경험은 수확실력 60%, 그리고 시립대 시험에 대한 완벽한 이해 40%가 빛어낸 결과입니다. 시립대 시험에 대한 완벽한 이해도를 바탕으로 학생들의 체감난이도를 확 떨어뜨려줍니다.<br>2. 바늘구멍학과도 합격사례가 다수 있습니다. (2019 선발인원 2명 과, 2022 선발인원 3명 과) 선발인원은 중요하지 않습니다. 다만 잘쓰면 무조건 합격할 수 있다는 자신감을 생기게 하는 수업입니다.<br>3. 전원 서면첨삭 제공. (온라인 수강자들은 온라인 pdf 제출 후 서면첨삭) |  |         |                     |         |

**촬영일/시간 에서의 노란색 명암은 추석연휴와 개천절 표시입니다.**

| 2023학년도 논술대비  |  | 고3 / N수     | 김기대 선생님             |
|---|--|-------------|---------------------|
| 연세대 논술 Final (온라인+오프라인)   |  | 강좌수 : 5 (?) |                     |
| 강   | 강의명                                      |             | 촬영일/시간              |
| 1   | OT, 실전모의고사 1회, 해설                        |             | 9/9(금) 13:30~17:00  |
| 2   | 1회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 2회, 해설             |             | 9/12(월) 13:30~17:00 |
| 3   | 2회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 3회, 해설             |             | 9/16(금) 18:00~21:30 |
| 4   | 3회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 4회, 해설             |             | 9/23(금) 18:00~21:30 |
| 5   | 4회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 5회, 해설, 시험 유의사항 안내 |             | 9/30(금) 18:00~21:30 |
| 강의 특징   |  |             |                     |
| 1. 최고난도 문제를 출제하는 학교답게 정답에 도달하는 아이디어가 독특한 문제들이 출제됩니다. 한 문제를 여러 관점으로 바라보게 도와주는 기대T의 다각도 센스를 전수합니다.<br>2. 2020학년도부터 변화한 소문항중심의 연세대 출제스타일을 적극 반영한 자체모의고사 진행합니다.<br>3. 전원 서면첨삭 제공. (온라인 수강자들은 온라인 pdf 제출 후 서면첨삭) |  |             |                     |

| 2023학년도 논술대비  |  | 고3 / N수 | 추석, 개천절             | 김기대 선생님 |
|---|--|---------|---------------------|---------|
| 홍익대 논술 Final (온라인+오프라인)   |  |         | 강좌수 : 5             |         |
| 강   | 강의명                                      |         | 촬영일/시간              |         |
| 1   | OT, 실전모의고사 1회, 해설                        |         | 9/11(일) 13:30~17:00 |         |
| 2   | 1회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 2회, 해설             |         | 9/18(일) 13:30~17:00 |         |
| 3   | 2회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 3회, 해설             |         | 9/25(일) 13:30~17:00 |         |
| 4   | 3회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 4회, 해설             |         | 10/2(일) 13:30~17:00 |         |
| 5   | 4회 숙제모의고사 해설 및 실전모의고사 5회, 해설, 시험 유의사항 안내 |         | 10/3(월) 13:30~17:00 |         |
| 강의 특징   |  |         |                     |         |
| 1. 수학적인 능력 뿐만 아니라 문제 상황을 정확히 해석하여 수식으로 표현할 수 있는 모델링 능력이 추가적으로 필요한, 아주 특이한 학교입니다. 이를 집중적으로 연습하여 효율적인 준비를 할 수 있도록 합니다.<br>2. 다시 말하면, 타 학교에서 출제하는 전형적인 출제스타일과 완전히 다른 느낌이기에 때문에, 낯선 문제를 경험한 학생들과 경험하지 못한 학생들의 차이가 큼니다. 따라서 응시자들은 반드시 Final을 수강하는 것이 좋습니다.<br>3. 전원 서면첨삭 제공. (온라인 수강자들은 온라인 pdf 제출 후 서면첨삭) |  |         |                     |         |

**촬영일/시간 에서의 노란색 명암은 추석연휴와 개천절 표시입니다.**

| 2023학년도 논술대비   |                           | 고3 / N수 | 추석특강                | 김기대 선생님 |
|--|---------------------------|---------|---------------------|---------|
| 수리논술 압축특강 (온라인+오프라인)   |                           |         | 강좌수 : 4             |         |
| 강  | 강의명                       |         | 촬영일/시간              |         |
| 1  | 수리논술 답안작성법 및 증명법 1 + Test |         | 9/9(금) 09:00~12:30  |         |
| 2  | 증명법 2 + 수학1 수리논술 빈출 Theme |         | 9/10(토) 09:00~12:30 |         |
| 3  | 미적분 수리논술 빈출 Theme         |         | 9/11(일) 09:00~12:30 |         |
| 4  | 미적분 수리논술 심화 Theme         |         | 9/12(월) 09:00~12:30 |         |
| 강의 특징  |                           |         |                     |         |
| 1. 수리논술 생노배들을 위한 압축특강! 이번이 수리논술 짠 막차!!<br>2. 14주 분량의 강의내용 중 엄선하여 4회로 짠 압축한 개꿀압축특강<br>3. 수시원서 중 논술이 2장 이상인 학생들은 무조건 수강해야 하는 수리논술 Basic 수업 |                           |         |                     |         |

## 제 2 교시

## 수학 영역



## 5지선다형

1.  $\cos \frac{4}{3}\pi$ 의 값은? [2점]

- ①  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$     ②  $-\frac{1}{2}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.  $\sqrt[5]{9} \times 3^{\frac{3}{5}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ②  $\sqrt{3}$     ③ 3    ④  $3\sqrt{3}$     ⑤ 9

3. 공차가 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$(a_6 + a_4 + a_2) - (a_5 + a_3 + a_1)$$

의 값은? [3점]

- ① 2    ② 4    ③ 6    ④ 8    ⑤ 10

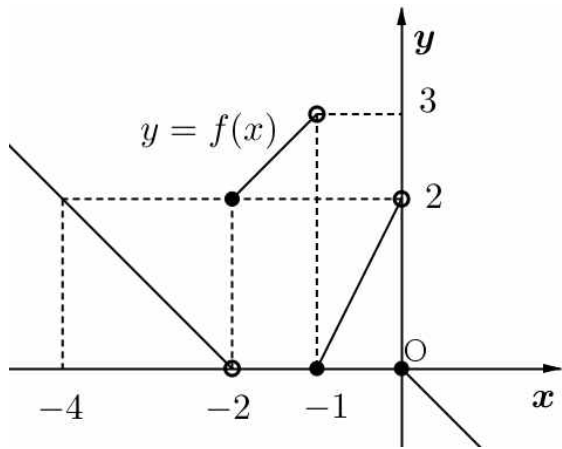
4. 두 양의 실수  $a, b$ 에 대하여 두 집합  $A, B$ 가

$$A = \{-1, 2^a - 2\}, \quad B = \{2^b, \log_2 \frac{b}{a}\}$$

이고  $A=B$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4    ② 3    ③ 2    ④ 1    ⑤ 0

5. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(-x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

6. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{10} (a_k - k)^2 = 400$ ,  $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 25$  일 때,

$\sum_{k=1}^{10} k a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 10      ③ 15      ④ 20      ⑤ 25

7. 함수  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - 2}{x - 1} & (x \neq 1) \\ b & (x = 1) \end{cases}$  이 실수 전체의 집합에서

연속일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

8. 두 함수

$$f(x) = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{x+k}, \quad g(x) = 4 + \log_2 x$$

가 닫힌구간  $[1, 4]$ 에서 동일한 최댓값을 가질 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$\int_{-1}^x f(t) dt$ 가  $x=1$ 에서 최솟값 0을 가질 때,  $\int_0^2 f(t) dt$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$

10. 구간  $[0, a]$ 에서 삼차함수  $f(x) = x^3 - 3x^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 12일 때, 자연수  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

11.  $a > 1$ 인 상수  $a$ 에 대하여 두 곡선  $y = a^x + \frac{3}{2}$ ,  $y = a^{x-2} - \frac{5}{2}$

이  $y = -2x$ 와 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB의 중점이 원점일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

- ①  $\sqrt{2}$     ②  $\sqrt{3}$     ③ 2    ④  $\sqrt{5}$     ⑤  $\sqrt{6}$

12. 삼차함수  $f(x) = x^3 + ax^2 - 1$ 에 대하여 방정식

$$f(x)\{f(x) - 2\} = 3$$

을 만족시키는 서로 다른 실수  $x$ 의 개수가 4일 때,  $f(a)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 0이 아닌 상수이다.) [4점]

- ① 53    ② 55    ③ 57    ④ 59    ⑤ 61

13. 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \sqrt{n} \times 2^n$$

이다. 다음은 2 이상의 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k > \frac{a_{n+1}}{2} \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i)  $n=2$ 일 때, (좌변) $=2+4\sqrt{2}$ , (우변) $=4\sqrt{3}$  이므로 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n=m$  일 때, (\*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m a_k > \frac{a_{m+1}}{2}$$

이다.  $n=m+1$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} a_k > \boxed{\text{(가)}} \times a_{m+1} \dots\dots (**)$$

이다.

한편 함수  $f(m) = \sqrt{\frac{m+2}{m+1}}$  는  $m \geq 1$ 일 때

감소함수이다. 따라서 1 이상의 모든  $m$ 에 대하여

$$f(m) \leq f(1) = \sqrt{\frac{3}{2}} < \frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$3\sqrt{m+1} \times 2^m > \boxed{\text{(나)}} \dots\dots (***)$$

따라서 (\*\*), (\*\*\*)에 의하여  $n=m+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 이상의 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k > \frac{a_{n+1}}{2}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $p$ , (나)에 알맞은 식을  $f(m)$ 이라 할 때,  $f(4p)$ 의 값은? [4점]

- ①  $16\sqrt{2}$     ②  $32\sqrt{2}$     ③  $64\sqrt{2}$     ④  $128\sqrt{2}$     ⑤  $256\sqrt{2}$

14. 모든 항이 양수이고 공비가  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^8 (a_k + k + 1)(a_{k+1} - k) = 40(\sqrt{3} - 5)$$

일 때,  $a_m < 1$ 인 자연수  $m$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 9    ② 10    ③ 11    ④ 12    ⑤ 13

15. 사차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x) = f(x) + |x-2|$ 는  $x=2$ 에서 최솟값 2를 갖는다. 점  $(2, 0)$ 과 점  $(t, f(t))$  사이의 거리의 제곱을  $l(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ.  $f'(2) = 0$   
 ㄴ.  $l(t) \geq 2$   
 ㄷ. 방정식  $l(t) = 2$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2이면  $g(5) = 32$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16.  $\int_{-1}^2 (4x^3 - 2x) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 미분가능한 함수  $f(x) = x^2g(x)$ 에 대하여  $g(2) = g'(2) = 2$ 일 때,  $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

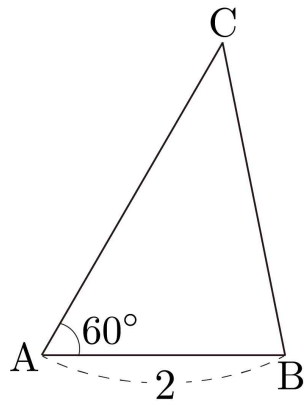


18. 실수  $\theta$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^6 \cos\left(\frac{k\pi}{2} + \theta\right) = \frac{1}{2}$$

일 때,  $-8\sin\theta\cos\theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 그림과 같이 넓이가  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 인 삼각형 ABC에서  $\overline{AB}=2$ ,  
 $\angle CAB = 60^\circ$  일 때, 삼각형 ABC에 외접하는 원의 넓이는  $S$   
 이다.  $\frac{6S}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [3점]



20. 모든 항의 계수가 정수인 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  
 $x \geq 1$ 일 때 부등식

$$\frac{8}{5}(x^3 - 6x^2 + 12x - 7) \leq f(x) \leq \frac{4}{3}(x^4 - 1)$$

을 만족시킬 때,  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f'(n) \times f'(n+1) \leq 0$  ( $n=1, 2, 3$ )  
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $|x| \leq |f(x)|$ 이다.

$f(2)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

22. 수직선 위의 점  $A_n(a_n)$ 에 대하여 두 점  $A_n, A_{n+1}$  사이의 거리를  $b_n$ 이라 할 때, 모든 항이 자연수인 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  
 $b_n + 1 \leq b_{n+1} \leq b_n + 2$ 이다.  
 (나)  $a_i > a_{i+1}$ 을 만족시키는 10 이하의 자연수  $i$ 는 오직 하나 존재한다.

$\overline{A_1A_4} = 16$ 일 때,  $\overline{A_1A_{11}}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

## 5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{2x}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 4

24. 모든 양의 실수  $x$ 에서 정의된 함수  $f(x) = a \ln x - x^2$ 에 대하여 닫힌구간  $[1, 3]$ 에서의 최댓값이  $f(3)$ 가 되도록 하는 양수  $a$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 12    ② 14    ③ 16    ④ 18    ⑤ 20

25.  $0 \leq x \leq 1$  일 때, 곡선  $y = \frac{2}{3}(x^2+1)^{\frac{3}{2}}$  의 길이는? [3점]

- ① 1      ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{5}{3}$       ④ 2      ⑤  $\frac{7}{3}$

26. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

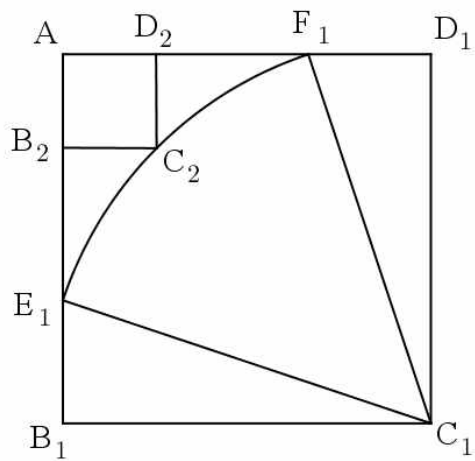
(가) 직선 AB의 기울기가 2이다.

(나)  $\angle BAC = \frac{\pi}{4}$

직선 AC의 기울기가 될 수 있는 모든 값들의 합이  $p$ 일 때,  $9p^2$ 의 값은? [3점]

- ① 16      ② 25      ③ 36      ④ 49      ⑤ 64

27. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형  $AB_1C_1D_1$ 의 두 변  $AB_1, AD_1$ 을 2:1로 내분하는 점을 각각  $E_1, F_1$ 이라 하자. 중심을  $C_1$ 로 하고 두 점  $E_1, F_1$ 을 지나는 부채꼴을 그린다. 사각형  $AB_2C_2D_2$ 가 정사각형이 되도록 변  $AB_1$  위의 점  $B_2$ , 부채꼴 호 위의 점  $C_2$ , 변  $AD_1$  위의 점  $D_2$ 를 잡는다. 두 변  $AB_2, AD_2$ 을 2:1로 내분하는 점  $E_2, F_2$ 을 잡고 중심을  $C_2$ 로 하고  $E_2, F_2$ 를 지나는 부채꼴을 그린 후 정사각형  $AB_3C_3D_3$ 을 같은 방법으로 그린다. 이와 같은 과정으로 정사각형  $AB_nC_nD_n$ 을 그릴 때, 정사각형  $AB_nC_nD_n$ 의 넓이를  $S_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{81}{155}(6\sqrt{5}-5)$     ②  $\frac{81}{145}(6\sqrt{5}-5)$     ③  $\frac{486}{155}\sqrt{5}$   
 ④  $\frac{81}{155}(6\sqrt{5}+5)$     ⑤  $\frac{81}{145}(6\sqrt{5}+5)$

28. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x+\pi) = f(x) + e^{\cos x}$$

를 만족시킬 때,  $\int_0^{2\pi} f'(x)\cos x dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{2}{3e}$     ②  $\frac{1}{e}$     ③  $\frac{4}{3e}$     ④  $\frac{5}{3e}$     ⑤  $\frac{2}{e}$

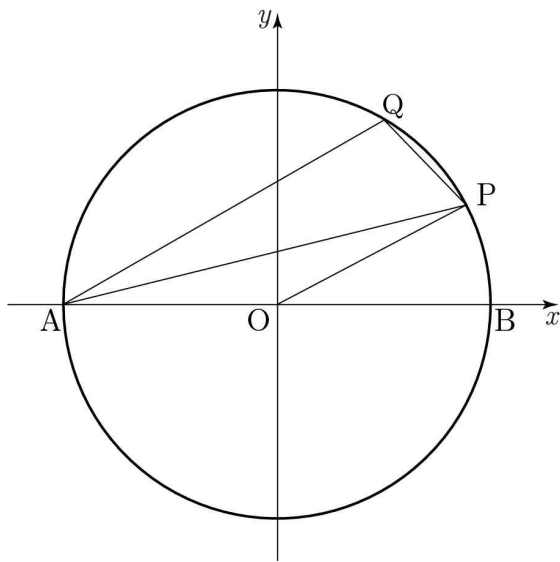
단답형

29. 좌표평면의 원  $x^2 + y^2 = 1$  위에 있는 제1사분면의 두 점 P, Q와 세 점 O(0, 0), A(-1, 0), B(1, 0)이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 AP의 기울기는  $\tan\theta$ 이다.
- (나) 삼각형 APQ의 넓이는 삼각형 APO의 넓이의 2배이다.

삼각형 BPQ의 넓이를  $f(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을

구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{12}$ ) [4점]



30. 역함수가 존재하는 함수  $f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + bx$ 에 대하여 어떤 자연수  $n$ 과 미분가능한 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 구간  $[0, n]$ 에서  $g(x) = f(2x)$  이고  
구간  $(n, \infty)$ 에서  $g(x) \leq f(4)$  이다.
- (나)  $\int_0^1 g(x) dx = -\left(\pi - \frac{4}{\pi}\right)$
- (다)  $\int_0^4 f^{-1}(g(x)) dx = 12$

$10n + \frac{g(\pi)}{\pi}$ 의 값을 구하시오. (단,  $3 < \pi < 4$ ) [4점]

\* 확인 사항  
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.