기출의 파급효과 수학

atom.ac/books/7608
기출의 파급효과 수학 시리즈

기출의 파급효과 영어

atom.ac/books/8503
기출의 파급효과 영어 시리즈

파급효과 수학 N제 기하

atom.ac/books/8737
파급효과 수학 N제 기하

기출의 파급효과 물리학1

atom.ac/books/8428
기출의 파급효과 물리학1

기출의 파급효과 사회·문화

atom.ac/books/8543
기출의 파급효과 사회·문화

파급의 기출효과

cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 시리즈는 기출 분석서입니다.
기출의 파급효과 시리즈 과목에는 수학, 영어, 물리학 1, 사회·문화가 있습니다.

준킬러 이상 기출에서 얻어갈 수 있는 '꼭 필요한 도구와 태도'를 정리합니다.
'꼭 필요한 도구와 태도' 체화를 위해 관련도가 높은 준킬러 이상 기출을 바로바로 보여주며 체화 속도를 높입니다. 단시간 내에 점수를 극대화할 수 있도록 교재가 설계되었습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

마법사, 영감, 얀드브, 슬기롭다, 파급효과 등등 오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

이외에도 **검증된 우수한 컨설팅 팀이 정리한 과거부터 현재까지 정시, 수시 입결을 확인할 수 있습니다.**
입시에 대한 질문은 가입하시기만 하면 팀장 및 팀원분들께 하실 수 있습니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \times 3^{-\frac{7}{4}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

$3^{-\frac{1}{4}-\frac{7}{4}} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

①

2. 함수 $f(x)=2x^3+4x+5$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f'(x) = 6x^2+4$

$f'(1)=10$

⑤

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1=2, \quad a_2a_4=36$$

일 때, $\frac{a_7}{a_3}$ 의 값은? [3점]

$\parallel$
r^4

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

$a_3^2 = 36$ $a_3=6$

⑤

$r^2=3$ $\frac{a_7}{a_3} = r^4 = 9$

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x+a & (x \le -1) \\ x^2-5x-a & (x > -1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$a-2 = 6-a$

④

$a=4$

5. 함수 $f(x)=2x^3+3x^2-12x+1$의 극댓값과 극솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은? [3점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

3

$21-6=15$

$f'(x)=6x^2+6x-12$

$=6(x+2)(x-1)$

$M=21$ $m=-6$

6. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\frac{\sin\theta}{1-\sin\theta}-\frac{\sin\theta}{1+\sin\theta}=4$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

1

$\frac{s(1+s)-s(1-s)}{1-s^2}=\frac{2s^2}{c^2}=2\tan^2\theta=4$

$\tan\theta=-\sqrt{2}$

$\cos\theta=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

7. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=-4$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_{k+1}-a_k}{a_k a_{k+1}}=\frac{1}{n}$$

을 만족시킨다. a_{13}의 값은? [3점]

① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

4

$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}=\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{n}$

$\frac{1}{n}=-\frac{1}{4}-\frac{1}{a_{n+1}}$ $\frac{1}{a_{n+1}}=-\frac{1}{n}-\frac{1}{4}$

$\frac{1}{a_{13}}=-\frac{1}{3}$ $a_{13}=-3$

8. 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$f(x)=x(x-1)(ax+b)$

$-b=1 \quad a+b=1$

2

$a=2,\ b=-1$

$f(x)=x(x-1)(2x-1)$

$f(2)=6$

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=-4t^3+12t^2$$

이다. 시각 $t=k$에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시각 $t=3k$에서 $t=4k$까지 점 P가 움직인 거리는? (단, k는 상수이다.) [4점]

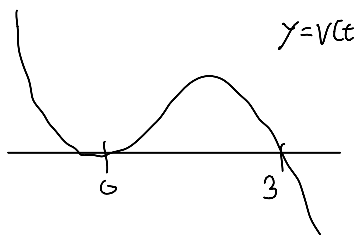
① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

$v(t)=-4t^2(t-3)$

3

$a(t)=-12t^2+24t$

$-12k^2+24k=12 \quad k=1$



$\int_3^4 4t^3-12t^2\,dt$

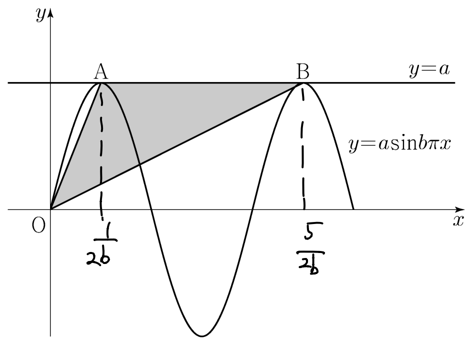
$=\left[t^4-4t^3\right]_3^4=27$

10. 두 양수 a, b에 대하여 곡선 $y=a\sin b\pi x\left(0\le x\le \frac{3}{b}\right)$이 직선 $y=a$와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$일 때, $a+b$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3

주기 : $\frac{2}{b}$



$\frac{1}{2}\times a\times\frac{2}{b}=5$

$\frac{a}{b}=5$

$2ab\times\frac{2ab}{5}=\frac{5}{4}$

$(4ab)^2=5^2$

$4ab=5$

$a=\frac{5}{2},\ b=\frac{1}{2}$

$\frac{5}{2}+\frac{1}{2}=3$

11. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x) = 2x^3 + ax^2 + 3a + \int_1^x f(t)\,dt$$

를 만족시킨다. $f(1) = \int_0^1 f(t)\,dt$일 때, $a + f(3)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$f(1) = 4a+2$

④

$f(x) + xf'(x) = 6x^2 + 2ax + f(x)$

$f'(x) = 6x + 2a$

$f(x) = 3x^2 + 2ax + 2a - 1$

$\int_0^1 f(t)\,dt = 4a+2$

$\left[x^3 + ax^2 + (2a-1)x\right]_0^1 = 4a+2$

$3a = 4a+2$ $\quad a = -2$

$f(x) = 3x^2 - 4x - 5$

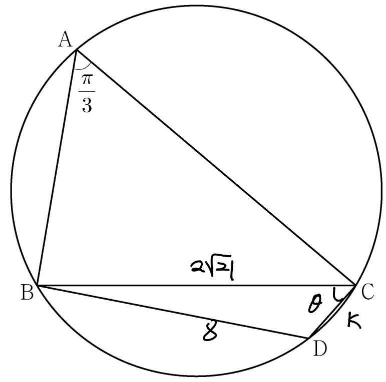
$f(3) = 27 - 12 - 5 = 10$

$10 - 2 = 8$

12. 반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$인 원에 내접하고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$인 삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\sin(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$일 때, $\overline{BD} + \overline{CD}$의 값은? [4점]

① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$

②



$\sin\theta = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

$\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

$\overline{BD} = 4\sqrt{7}\sin\theta = 8$

$\overline{BC} = 4\sqrt{7}\sin\frac{\pi}{3} = 2\sqrt{21}$

$64 = k^2 + 84 - 2 \cdot 2\sqrt{21} \cdot k \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

$k^2 - 12k + 20 = 0$ $\quad (k-2)(k-10) = 0$

$\therefore k = 2$

$\overline{BD} = 8$ $\quad \overline{CD} = 2$

$8 + 2 = 10$

13. 첫째항이 -45이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d의 값의 합은? [4점]

> (가) $|a_m| = |a_{m+3}|$인 자연수 m이 존재한다.
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k > -100$이다.

① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

$a_m + a_{m+3} = 0$

2

$a_m = -45 + (m-1)d$

$a_{m+3} = -45 + (m+2)d$

3이상 홀수

$(2m+1)d = 90$

$\sum_{k=1}^{n} a_k > -100$

3	30	
5	18	
9	10	X
15	6	X
45	2	X

어떤 n에 대하여

$\Rightarrow \sum_{k=1}^{n} a_k \le -100$

$30 + 18 = 48$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0) = f'(2) = 0$인 삼차함수 $f(x)$와 양수 p에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(0) & (x \le 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

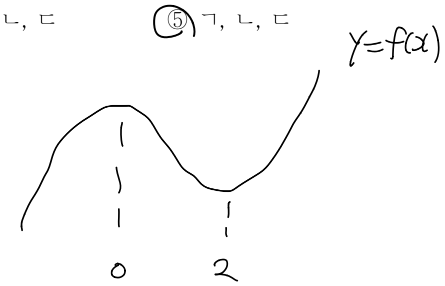
<보 기>

ㄱ. $p = 1$일 때, $g'(1) = 0$이다. $g'(1) = f'(2) = 0$

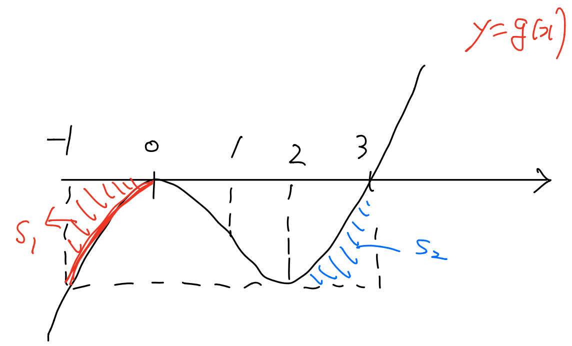
ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p의 개수는 1이다. $f'(0) = f'(p)$ $p = 2$

ㄷ. $p \ge 2$일 때, $\int_{-1}^{1} g(x)\,dx \ge 0$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



5



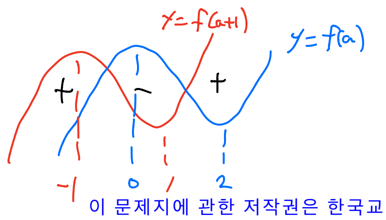
$S_1 = S_2$ 이므로

$p \ge 2$ 일때, $\int_{-1}^{1} g(x)\,dx \ge 0$

정확한증명

$h(a) = \int_{a}^{a+1} f(x) - f(2)\,dx$

$h'(a) = f(a+1) - f(a)$



$h(a)$는 $a \ge 2$ 일때 증가 한다.

15. 수열 $\{a_n\}$은 $|a_1| \le 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} -2a_n-2 & \left(-1 \le a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \le a_n \le \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n+2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \le 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5+a_6=0$이고 $\sum_{k=1}^{5} a_k > 0$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

$a_5+a_6=0 \Rightarrow a_5=0$

1

a_2 a_3 a_4 a_5

$-\frac{3}{4}$, $-\frac{1}{4}$ > $-\frac{1}{2}$ - -1 > 0

$-\frac{1}{2}$ - -1, 0 > 0

-1, 0, 1 > 1 -

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ > $\frac{1}{2}$

$\sum_{k=1}^{5} a_k > 0 \Leftarrow$

3건 만족

Tree

a_1 a_2

-1, 0, 1 > 0

$\frac{1}{8}$, $\frac{7}{8}$ > $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ > $\frac{1}{2}$

$\frac{5}{8}$, $\frac{3}{8}$ > $\frac{3}{4}$

$\frac{1}{2}$ - 1

$4+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$

단답형

16. $\log_2 100 - 2\log_2 5$의 값을 구하시오. [3점]

$\log_2 \frac{100}{25} = 2$

2

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=8x^3-12x^2+7$이고 $f(0)=3$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x) = 2x^4-4x^3+7x+3$

$f(1) = 2-4+7+3=8$

8

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k)=45,\quad \sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k)=3$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}\left(b_k-\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하시오. [3점]

$3\sum_{k=1}^{10} b_k = 42$

9

$\sum_{k=1}^{10} b_k = 14$

$14-5=9$

19. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+5x$에서 x의 값이 0에서 4까지 변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$의 값이 같게 되도록 하는 $0<a<4$인 모든 실수 a의 값의 곱은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

$f'(x) = 3x^2-12x+5$

11

$f(4) = -12$

$-3 = 3a^2-12a+5$

$3a^2-12a+8=0$

$\frac{q}{p}=\frac{8}{3}$

20. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+10x$에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x)+|f(x)+x|=6x+k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하시오. [4점]

$f(x)+x = \frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+11x = \frac{x}{2}(x^2-9x+22)$

→ 근을 갖지 않음

$(f(x)+x<0 \Rightarrow x<0$

$-x=6x+k$

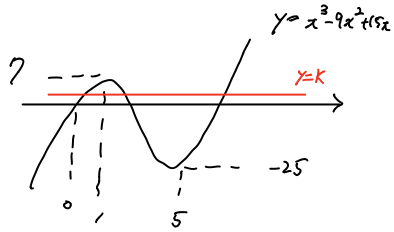
$x=-\frac{k}{7}$

$f(x)+x\geq 0 \Rightarrow x\geq 0$

$2f(x)-5x=k$

$x^3-9x^2+15x=k$

$x\geq 0$ 에서 서로 다른 3개의 근



$k=0$ 이면 서로 다른 실근 개수가 3개 이므로

$0<k<7$

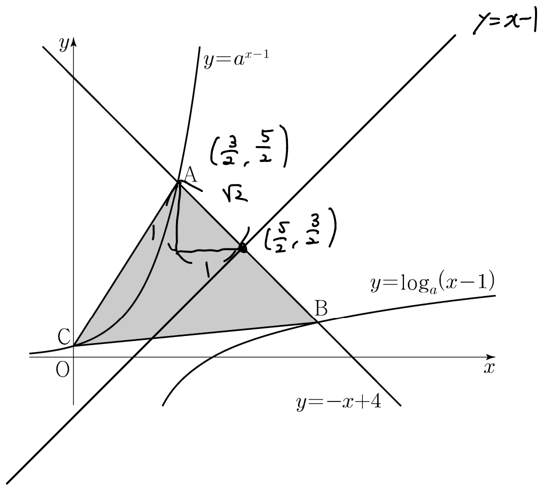
$k=1,2,3,\cdots,6$

21

21. $a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선

$$y=a^{x-1},\quad y=\log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오. [4점]



$y=a^{x-1}$, $y=\log_a(x-1)$은 $y=x-1$ 대칭!

설명) $y=f(x)$의 $y=x-1$ 대칭시킬 경우,

$y=f(x)$의 y자리에 $x-1$ 대입하고

$y=f(x)$의 x자리에 $y+1$ 대입한다.

이러면 $x-1=f(y+1)$이 대칭 시킨 식이다.

마찬가지로 $y=a^{x-1}$을 $y=x-1$ 대칭시키면

$x-1=a^y$로 $y=\log_a(x-1)$이다.

$a^{\frac{1}{2}}=\frac{5}{2}$ $\quad a=\frac{25}{4}$ $\quad$ 192

$C\left(0, \frac{4}{25}\right)$ $\quad \frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CH}=$

$\overline{CH}=\dfrac{\frac{96}{25}}{\sqrt{2}}$ $\quad S=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\dfrac{\frac{96}{25}}{\sqrt{2}}=\frac{96}{25}$

$50S=\frac{96}{25}\times 50=192$

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times\lim_{h\to 0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

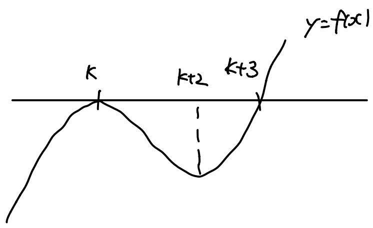
가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
>
> (나) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$이다.

$|f(x)|=p(x)$ $\quad p'(x+)=\lim_{h\to 0+}\frac{p(x+h)-p(x)}{h}$

$\quad p'(x-)=\lim_{h\to 0-}\frac{p(x+h)-p(x)}{h}$

$g(x)=f(x-3)\times\left(p'(x+)-p'(x-)\right)$



$f(x)=0$이 되는 x 기준으로 생각!

$f(x)$가 $x=k+3$에서 부호가 변한다면 $g(x)$가 연속이기 위해서는 $f(k)=0$이면 된다.

$g(x)$의 실근

$k+3, k+6 \Rightarrow f(x-3)=0$의 실근

$k, k+3 \Rightarrow f'(x)=0$의 실근

108

$4k+11=7$ $\quad k=-1$

$f(x)=(x+1)^2(x-2)$ $\quad f(5)=36\times 3=108$

> ＊ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(60, \frac{1}{4}\right)$을 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? [2점]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

3

$60 \times \frac{1}{4} = 15$

24. 네 개의 수 1, 3, 5, 7 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 a라 하고, 네 개의 수 2, 4, 6, 8 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 b라 하자. $a \times b > 31$일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

3

$\frac{1+2}{16} = \frac{3}{16}$

(a, b)
(5, 8)
(7, 6)
(7, 8)

25. $\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^5$의 전개식에서 $\frac{1}{x^2}$의 계수와 x의 계수가 같을 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$${}_5C_k \ (x^2)^k \left(\frac{a}{x}\right)^{5-k}$$

②

$k=1$ $5a^4 \frac{1}{x^2}$

$k=2$ $10a^3 \ x$

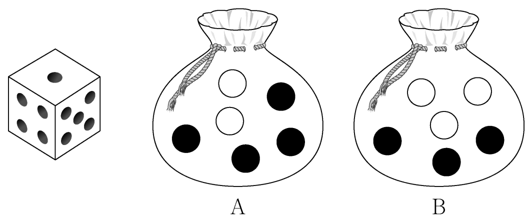
$5a^4 = 10a^3$ $a=2$

26. 주머니 A에는 흰 공 2개, 검은 공 4개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 3개, 검은 공 3개가 들어 있다. 두 주머니 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 5 이상이면
> 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내고,
> 나온 눈의 수가 4 이하이면
> 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 주머니에서 꺼낸 2개의 공이 모두 흰색일 때, 나온 눈의 수가 5 이상일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{5}{14}$ ⑤ $\frac{3}{7}$



①

$$\frac{\frac{1}{3}\times\frac{{}_2C_2}{{}_6C_2}}{\frac{1}{3}\times\frac{{}_2C_2}{{}_6C_2}+\frac{2}{3}\times\frac{{}_3C_2}{{}_6C_2}}$$

$$=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{15}}{\frac{1}{3}\times\frac{1}{15}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{15}}=\frac{1}{7}$$

27. 지역 A에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 X, 지역 B에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 Y라 하자. 두 확률변수 X, Y는 정규분포를 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 두 확률변수 X, Y의 평균은 각각 220과 240이다.
>
> (나) 확률변수 Y의 표준편차는 확률변수 X의 표준편차의 1.5배이다.

지역 A에 살고 있는 성인 중 임의추출한 n명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{X}$, 지역 B에 살고 있는 성인 중 임의추출한 $9n$명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자. $\mathrm{P}(\overline{X} \le 215) = 0.1587$일 때, $\mathrm{P}(\overline{Y} \ge 235)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 물 사용량의 단위는 L이다.) [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.8185 ④ 0.8413 ⑤ 0.9772

5

$X \sim N(220, (2\sigma)^2)$

$Y \sim N(240, (3\sigma)^2)$

$p(\overline{X} \le 215) = p\left(Z \le \dfrac{-5}{\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}}\right)$

$\dfrac{-5}{\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}} = -1$

$\dfrac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 5$

$p(\overline{Y} \ge 235) = p\left(Z \ge \dfrac{-5}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right)$

$= p(Z \ge -2) = 0.9772$

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수는? [4점]

> (가) $f(3)+f(4)$는 5의 배수이다.
>
> (나) $f(1) < f(3)$이고 $f(2) < f(3)$이다.
>
> (다) $f(4) < f(5)$이고 $f(4) < f(6)$이다.

① 384 ② 394 ③ 404 ④ 414 ⑤ 424

4

$(f(3), f(4))$

$(1, 4)$ X

$(2, 3)$ $1^2 \times 3^2 = 9$

$(3, 2)$ $2^2 \times 4^2 = 64$

$(4, 1)$ $3^2 \times 5^2 = 225$

$(4, 6)$ X

$(5, 5)$ $4^2 \times 1^2 = 16$

$(6, 4)$ $5^2 \times 2^2 = 100$

$9 + 64 + 225 + 16 + 100 = 414$

단답형

29. 두 이산확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	3	5	7	9	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	b	a	1

Y	1	3	5	7	9	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	$a+\frac{1}{20}$	b	$c-\frac{1}{10}$	b	$a+\frac{1}{20}$	1

$\mathrm{V}(X)=\frac{31}{5}$ 일 때, $10\times\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오. [4점]

$2a+2b+c=1$

$E(X)=10a+10b+5c=5$

$V(X)=E((X-5)^2)=8b+32a=\frac{31}{5}$

↳평균

$E(Y)=10a+10b+5c=5$

$V(Y)=E((Y-5)^2)=8b+32a+\frac{8}{5}=\frac{31}{5}+\frac{8}{5}=\frac{39}{5}$

↳평균

$\frac{39}{5}\times 10=78$

78

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 사인펜 14개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]

> (가) 각 학생은 1개 이상의 사인펜을 받는다.
> (나) 각 학생이 받는 사인펜의 개수는 9 이하이다.
> (다) 적어도 한 학생은 짝수 개의 사인펜을 받는다.

(가)

$a+b+c+d=14$

$\geq1\ \geq1\ \geq1\ \geq1$

${}_{13}C_3$

(가)$\cap$(나)^c

$a+b+c+d=14$

(11 1 1 1) 4

(10 2 1 1) 12

$4+12=16$

(가)$\cap$(나)

${}_{13}C_3-16=270$

(가)$\cap$(나)$\cap$(다)^c

$2a'-1=a$

$2b'-1=b$

$2c'-1=c$

$2d'-1=d$

$a'+b'+c'+d'=9$

$\geq1\ \geq1\ \geq1\ \geq1$

(6 1 1 1) 제외

${}_{8}C_3-4=52$

$270-52=218$

218

> ※ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty} \frac{2\times 3^{n+1}+5}{3^n+2^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$3\times 2=6$

3

24. $2\cos\alpha = 3\sin\alpha$ 이고 $\tan(\alpha+\beta)=1$ 일 때, $\tan\beta$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$\tan\alpha = \frac{2}{3}$

$\tan\beta = k$

$\frac{\frac{2}{3}+k}{1-\frac{2}{3}k} = 1$

$\frac{2}{3}+k = 1-\frac{2}{3}k$

$\frac{5}{3}k = \frac{1}{3}$ $k=\frac{1}{5}$

2

25. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=e^{t}-4e^{-t},\quad y=t+1$$

에서 $t=\ln 2$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

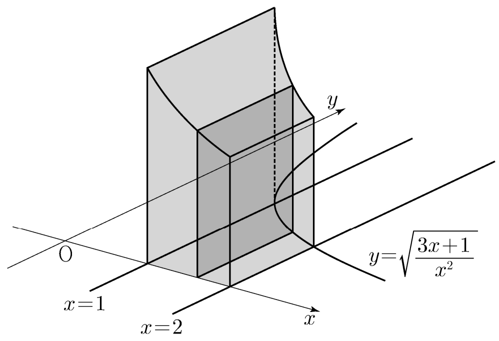
4

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

$$\left[\frac{dy/dt}{dx/dt}\right]_{t=\ln 2}=\left[\frac{1}{e^{t}+4e^{-t}}\right]_{t=\ln 2}$$

$$=\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$$

26. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{\frac{3x+1}{x^2}}$ $(x>0)$과 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는? [3점]



① $3\ln 2$ ② $\frac{1}{2}+3\ln 2$ ③ $1+3\ln 2$

④ $\frac{1}{2}+4\ln 2$ ⑤ $1+4\ln 2$

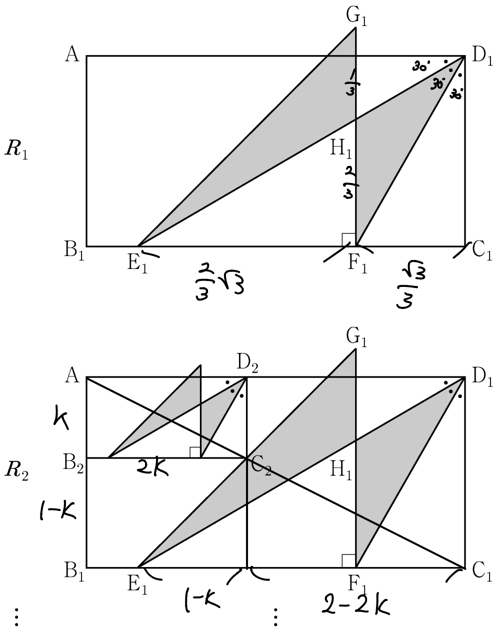
$$\int_1^2 \frac{3x+1}{x^2}\,dx$$

2

$$=\int_1^2 \frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}\,dx$$

$$=\left[3\ln x-\frac{1}{x}\right]_1^2=3\ln 2+\frac{1}{2}$$

27. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$인 직사각형 $AB_1C_1D_1$이 있다. $\angle AD_1C_1$을 삼등분하는 두 직선이 선분 B_1C_1과 만나는 점 중 점 B_1에 가까운 점을 E_1, 점 C_1에 가까운 점을 F_1이라 하자. $\overline{E_1F_1}=\overline{F_1G_1}$, $\angle E_1F_1G_1=\frac{\pi}{2}$이고 선분 AD_1과 선분 F_1G_1이 만나도록 점 G_1을 잡아 삼각형 $E_1F_1G_1$을 그린다.
선분 E_1D_1과 선분 F_1G_1이 만나는 점을 H_1이라 할 때, 두 삼각형 $G_1E_1H_1$, $H_1F_1D_1$로 만들어진 ◸◿ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 AB_1 위의 점 B_2, 선분 E_1G_1 위의 점 C_2, 선분 AD_1 위의 점 D_2와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2}:\overline{B_2C_2}=1:2$인 직사각형 $AB_2C_2D_2$를 그린다. 직사각형 $AB_2C_2D_2$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 ◸◿ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



⋮ ⋮

① $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{18}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{18}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

$a=\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{2}{3}\right)+\frac{\sqrt{3}}{9}$

$=\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{3}}{9}$

$3-3k=\sqrt{3}$

$k=1-\frac{1}{\sqrt{3}}$

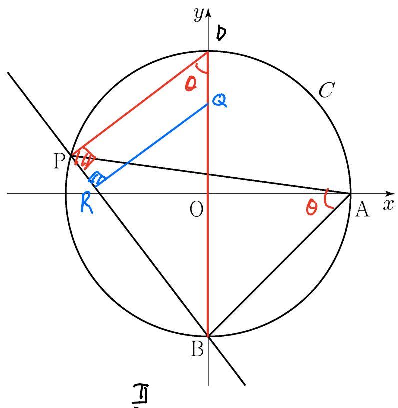
$\frac{a}{1-k^2}=\frac{\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{3}}{9}}{1-\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

3

28. 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C와 두 점 $A(2, 0)$, $B(0, -2)$가 있다. 원 C 위에 있고 x좌표가 음수인 점 P에 대하여 $\angle PAB=\theta$라 하자. 점 $Q(0, 2\cos\theta)$에서 직선 BP에 내린 수선의 발을 R라 하고, 두 점 P와 R 사이의 거리를 $f(\theta)$라 할 때, $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\theta)\,d\theta$의 값은? [4점]

1

① $\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$
④ $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}-3}{2}$



$\overline{QD}=2-2\cos\theta$

$\overline{PR}=\overline{QD}\sin\theta$

$=2\sin\theta(1-\cos\theta)$

$2\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(1-\cos\theta)\sin\theta\,d\theta$

$=-2\left[\cos\theta+\frac{1}{2}\sin^2\theta\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$

단답형

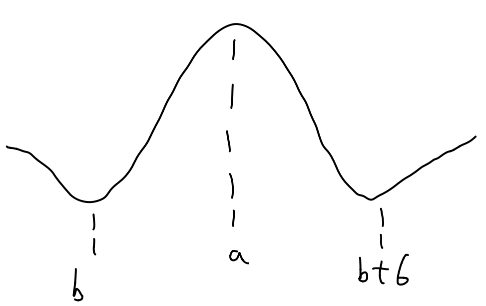
29. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\{f(x)+2\}e^{f(x)}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(a)=6$인 a에 대하여 $g(x)$는 $x=a$에서 최댓값을 갖는다.
>
> (나) $g(x)$는 $x=b$, $x=b+6$에서 최솟값을 갖는다.

방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 두 실근을 α, β라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$의 값을 구하시오. (단, a, b는 실수이다.) [4점]

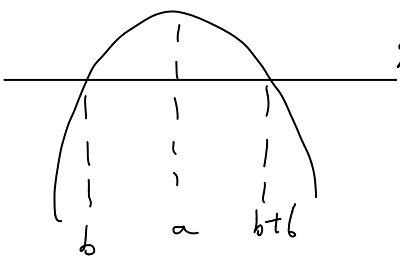
$f(x)$가 $x=m$에 대하여 대칭이면

$g(x)$도 $x=m$에 대하여 대칭



$g'(x)=f'(x)(f(x)+3)e^{f(x)}$

$f(b)=f(b+6)=-3$



$2a=2b+6$

$a=b+3$

$f(x)=-k(x-a)^2+6$

$f(b)=-3$ $\quad f(x)=-(x-a)^2+6$

$-3=-9k+6$ $\quad \beta=a+\sqrt{6}$

$K=1$ $\quad \alpha=a-\sqrt{6}$

$(\beta-\alpha)^2=24$

24

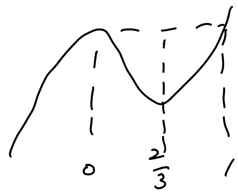
30. 최고차항의 계수가 9인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin(\pi\times f(x))}{x}=0$ $\qquad$ f(0)은 정수.
>
> (나) $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 곱은 5이다.

f(x)는 x=0에서 극값을 갖음,

함수 $g(x)$는 $0\le x<1$일 때 $g(x)=f(x)$이고 모든 실수 x에 대하여 $g(x+1)=g(x)$이다. $f(0)=f(1)$

$g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\displaystyle\int_0^5 xg(x)\,dx=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$f(x)=9x^2(x-1)+K$

$5=k\left(k-\frac{4}{3}\right)$

$3k^2-4k-15=0$

$(k-3)(3k+5)=0$ $\quad k=3$

$f(x)=9x^2(x-1)+3$

$\int_0^5 xg(x)\,dx=\int_0^1 xf(x)\,dx+\int_0^1 (x+1)f(x)\,dx$

$+\cdots+\int_0^1 (x+4)f(x)\,dx=5\int_0^1 (x+2)f(x)\,dx$

$5\int_0^1 (x+2)f(x)\,dx=\frac{141}{4}$

115

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 좌표공간의 점 A$(3, 0, -2)$를 xy평면에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하자. 점 C$(0, 4, 2)$에 대하여 선분 BC의 길이는? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

B (3, 0, 2)

C (0, 4, 2)

$\sqrt{9+16} = 5$

5

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$의 점근선 중 하나의 기울기가 3일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

$\frac{4}{a} = 3$ $a = \frac{4}{3}$

4

25. 좌표평면에서 세 벡터

$$\vec{a}=(3,0),\quad \vec{b}=(1,2),\quad \vec{c}=(4,2)$$

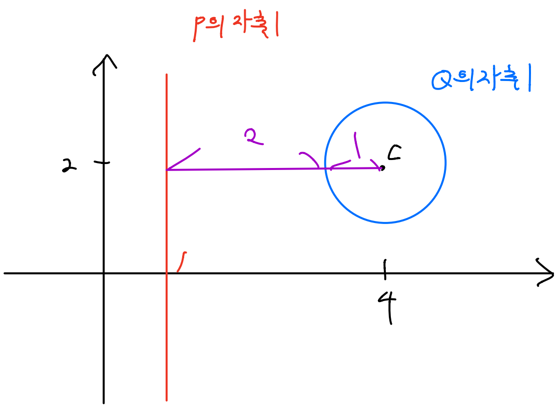
에 대하여 두 벡터 $\vec{p}$, $\vec{q}$가

$$\vec{p}\cdot\vec{a}=\vec{a}\cdot\vec{b},\quad |\vec{q}-\vec{c}|=1$$

을 만족시킬 때, $|\vec{p}-\vec{q}|$의 최솟값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

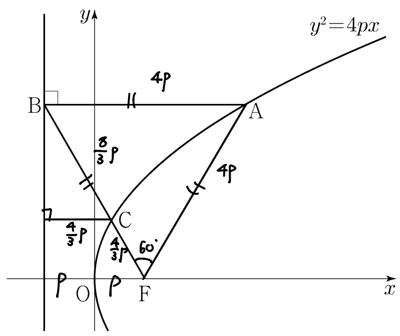
$\vec{p}\cdot\vec{a}=3$ $(|\vec{cp}|=1$



2

26. 초점이 F인 포물선 $y^2=4px$ 위의 한 점 A에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 B라 하고, 선분 BF와 포물선이 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB}=\overline{BF}$이고 $\overline{BC}+3\overline{CF}=6$일 때, 양수 p의 값은? [3점]

① $\frac{7}{8}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{9}{10}$ ④ $\frac{10}{11}$ ⑤ $\frac{11}{12}$



3

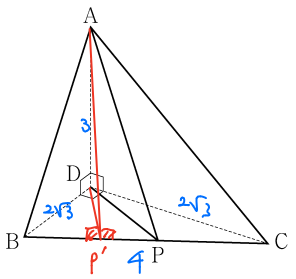
$p=\frac{9}{10}$

$\frac{8}{3}p+4p=\frac{20}{3}p=6$

27. 그림과 같이 $\overline{AD}=3$, $\overline{DB}=2$, $\overline{DC}=2\sqrt{3}$ 이고

$\angle ADB = \angle ADC = \angle BDC = \frac{\pi}{2}$ 인 사면체 ABCD가 있다.

선분 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{AP}+\overline{DP}$ 의 최솟값은? [3점]



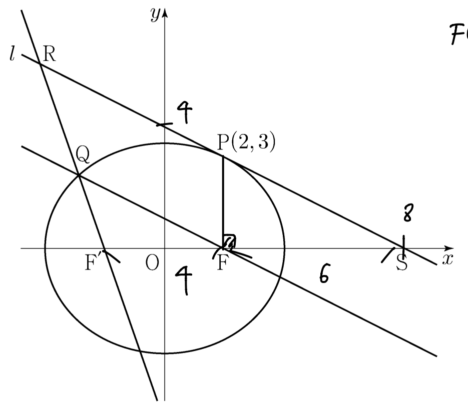
$\overline{DP'}=\sqrt{3}$

$\overline{AP'}=2\sqrt{3}$

① $3\sqrt{3}$ ② $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{11\sqrt{3}}{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{3}$

1

28. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ $(c>0)$을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ 위의 점 $P(2, 3)$에서 타원에 접하는 직선을 l이라 하자. 점 F를 지나고 l과 평행한 직선이 타원과 만나는 점 중 제2사분면 위에 있는 점을 Q라 하자. 두 직선 F′Q와 l이 만나는 점을 R, l과 x축이 만나는 점을 S라 할 때, 삼각형 SRF′의 둘레의 길이는? [4점]



$F(2,0)$

$l: \frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1$

① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

$\triangle FF'Q \sim \triangle SRF'$ 2:5 닮음비

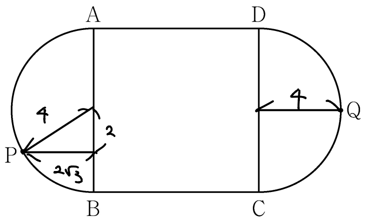
$\triangle F'FQ$ 둘레 $= 8+4=12$

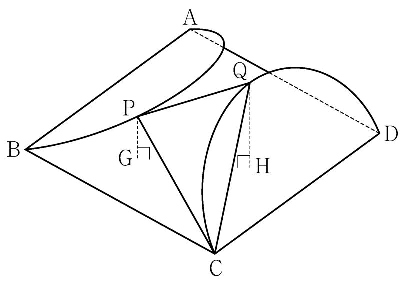
1

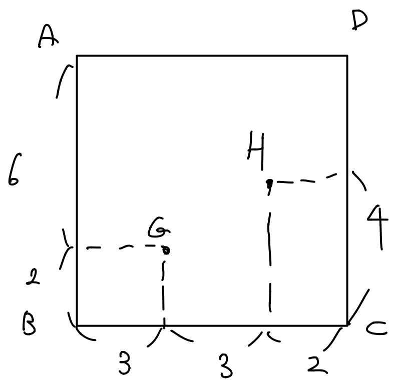
$12\times\frac{5}{2}=30$

단답형

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에 두 선분 AB, CD를 각각 지름으로 하는 두 반원이 붙어 있는 모양의 종이가 있다. 반원의 호 AB의 삼등분점 중 점 B에 가까운 점을 P라 하고, 반원의 호 CD를 이등분하는 점을 Q라 하자.
이 종이에서 두 선분 AB와 CD를 접는 선으로 하여 두 반원을 접어 올렸을 때 두 점 P, Q에서 평면 ABCD에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면 두 점 G, H는 정사각형 ABCD의 내부에 놓여 있고, $\overline{PG}=\sqrt{3}$, $\overline{QH}=2\sqrt{3}$이다. 두 평면 PCQ와 ABCD가 이루는 각의 크기가 θ일 때, $70\times\cos^2\theta$의 값을 구하시오.
(단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]







40

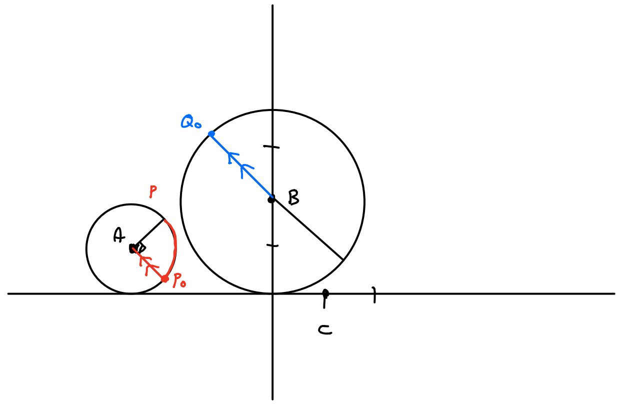
$$\cos\theta = \frac{\triangle CGH}{\triangle PQC} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$ (정사영 사용, 계산생략)

$$70\times\frac{4}{7} = 40$$

30. 좌표평면에서 세 점 $A(-3,1)$, $B(0,2)$, $C(1,0)$에 대하여 두 점 P, Q가

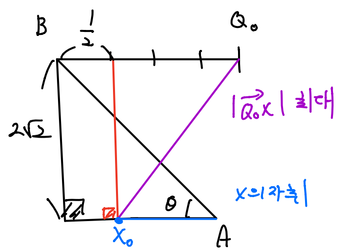
$$|\overrightarrow{AP}|=1,\quad |\overrightarrow{BQ}|=2,\quad \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{OC}\ge\frac{\sqrt{2}}{2}$$

를 만족시킬 때, $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}$의 값이 최소가 되도록 하는 두 점 P, Q를 각각 P_0, Q_0이라 하자.
선분 AP_0 위의 점 X에 대하여 $\overrightarrow{BX}\cdot\overrightarrow{BQ_0}\ge 1$일 때, $|\overrightarrow{Q_0X}|^2$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$\vec{AP}\cdot(\vec{AB}+\vec{BQ})$ 최소 ⇒ $\vec{AP}\cdot\vec{AB}-2$ 의 최소

⇒ $\overline{AP_0} \parallel \overline{BQ_0}$



$\vec{AB}\,(3,1)$

$\vec{AP_0}\,(1,-1)$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\overline{AB}=\sqrt{10}$

$\overline{BH}=2\sqrt{2}$

$Q_0(2,0)$

$X_0(\frac{1}{2},-2\sqrt{2})$

$|\overline{Q_0X_0}|^2 = \frac{9}{4}+8 = \frac{41}{4}$

45

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.