

수학 영역

성명

수험번호 -

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

밝은 달처럼 나 성공할 거야

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고 하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- **공통과목** 1~8 쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

출제자

정다움

- 현) 메가스터디 러셀 (강남)
- 현) 이강학원
- 현) 땡수학 연구실
- 개념원리 인강 (imath.tv)

양민석

- 서울시립대학교 수학과 복수전공
- 유명 인강 업체 수학 문항 출제 프리랜서
- 오르비 전자책 '확실히 통하는', '파블로프 N제' 저자
- 현) 땡수학 연구실

김서천

- 고려대학교 수학교육과
- 현) 땡수학 연구실

출제 범위 - 2022학년도 고3 평가원 9월 모의평가 범위

공통과목 : 수학 I, 수학 II 전범위

선택과목 : 확률과 통계 - 전범위 / 미적분 - 전범위 / 기하 - 전범위

위 시험지는 수험생들이 '2022학년도 고3 평가원 9월 모의평가'를 준비하는데 있어 도움을 주고자 하는 목적으로 제작되었습니다.

모든 문항의 저작권은 '땡수학 연구실'에 있으며 연구실의 허락 없이 문항을 상업적으로 이용하는 행위, 문항을 수정하거나 편집하여 2차 창작물로 만드는 행위 등을 금합니다.

문항의 이용을 원하시거나 모의고사 출제 관련 문의사항이 있으신 경우

math_dding@hanmail.net 로 연락주시기 바랍니다.

제 2 교시

수학 영역

ΣΣ! 수학 연구실

5지선다형

1. $\cos \frac{7}{6}\pi$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

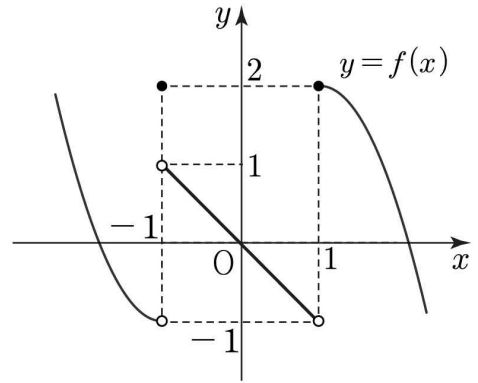
3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_5 = a_6 - a_2$$

이다. $a_3 = 1$ 일 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(-x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 두 상수 a, b 에 대하여 방정식

$$4^x - 2^{x+a} + b = 0$$

의 두 근이 0, 2일 때, b^a 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

6. 두 곡선 $y = 2x^2 + 4x$, $y = -x^2 + 10x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

7. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n ka_k = n^2 - n$$

일 때, $a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_8$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치가

$$x(t) = t^3 - 6t^2 + 4t$$

이다. 점 P의 가속도가 0인 시각에서의 점 P의 속도는? [3점]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

9. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\int_n^{n+1} f(x) dx = 3 \quad (n = 0, 1)$$

을 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

10. $0 < x < 2\pi$ 에서 방정식

$$2\sin^2 \frac{3}{2}x + \left| \sin \frac{3}{2}x \right| - 1 = 0$$

을 모든 실근의 합은? [4점]

- ① 4π ② $\frac{9}{2}\pi$ ③ 5π ④ $\frac{11}{2}\pi$ ⑤ 6π

11. 함수 $f(x) = x^3 - x^2 + ax$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $A(-1, f(-1))$ 에서의 접선이
 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점 중 점 A 가 아닌 점을 B 라
 할 때, $\overline{AB} = 5$ 이다.

가능한 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

12. 함수 $f(x) = x(x-2)^2$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로
 둘러싸인 넓이를 S_1 , 점 $A(2, 0)$ 과 곡선 $y = f(x)$ 위의 한 점
 $B(a, f(a))$ 에 대하여 삼각형 OAB 의 넓이를 S_2 라 하자.

$$S_1 = kS_2$$

를 만족시키는 실수 a 의 개수가 3이 되도록 하는 상수 k 의
 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{9}{8}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

13. 두 곡선 $y=3^x$ 과 $y=\log_3 x$ 가 직선 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 과 만나는 두 점을 각각 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 0는 원점이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\overline{OA} < \overline{OB}$

ㄴ. $x_1(x_2 - 1) < y_2(y_1 - 1)$

ㄷ. 삼각형 OAB의 넓이를 k 라 할 때, $(y_1 - y_2)x_2 < k$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 최고차항의 계수가 양수인 서로 다른 두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가

$$f(x)g(x) = (x-1)^2(x-2)^2$$

를 만족시킨다. 함수

$$h(x) = |x^2 - 2x - 8|$$

에 대하여 함수 $\{f(x)-g(x)\}h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(4)+g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

15. 6 이하의 자연수 n 에 대하여 구간 $[0, 12]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = a_n \sin \pi x \quad (2n-2 \leq x \leq 2n)$$

이 있다. 구간 $[0, 2n]$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=n$ 의 교점의 개수를 b_n 이라 할 때, 6 이하의 자연수 n 에 대하여 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항은 자연수이다.

(나) $n \geq 2$ 일 때, $b_{n+1} = b_n + b_{n-1} - n$

$a_1 = b_2 = 3$ 일 때, $\sum_{n=1}^6 a_n$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자.

$M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

단답형

16. $\int_{-2}^2 (x^3 + 3x^2 + 2) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 반지름이 r 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{5}$ 인 부채꼴의 호의 길이가 2π 일 때, 부채꼴의 넓이는 $k\pi$ 이다. k 의 값을 구하시오. [3점]

18. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 2x^3}{x^2} = 3$$

를 만족시킬 때, $f(1) + f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$\frac{S_6}{S_2} = a_2 + a_4 + a_6$$

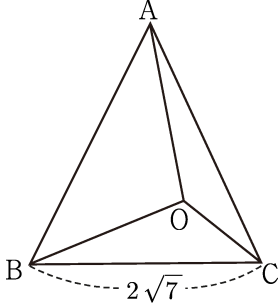
을 만족시킨다. $a_1 = \frac{1}{3}$ 일 때, $3S_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 곡선 $y = \log_a x$ ($a > 1$) 위의 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 AB를 지름으로 하는 원은 x 축에 접한다.
- (나) 점 A의 y 좌표는 2, 점 B의 y 좌표는 8이다.

점 A의 x 좌표를 k 라 할 때, $k^4 - k$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 $\overline{BC} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC 내부의 한 점 O가 다음 조건을 만족시킨다.



- (가) $\sin(\angle OAB) : \sin(\angle OBA) = 2 : \sqrt{7}$
 (나) $\sin(\angle OCB) : \sin(\angle OBC) = 2 : 1$

$\angle BOC = \frac{2}{3}\pi$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은 $a + b\sqrt{3}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

22. 실수 t 에 대하여 삼차함수

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}(t+1)x^2 + (3t+1)x$$

가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점에서의 접선 중 기울기가 1인 서로 다른 두 직선을 l_1, l_2 라 할 때, 직선 $y = x$ 와 l_1 사이의 거리와 직선 $y = x$ 와 l_2 사이의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 실수 a 의 값의 합이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5지선다형

23. $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sec^2 x dx$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (3n+2)a_n = 6$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n^2+3}-n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

2

수학 영역(미적분)

25. 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 곡선 $y = \cos 2x - x^2$ 의 변곡점의 x 좌표를 α 라 할 때, $\tan 2\alpha$ 의 값은? [3점]

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

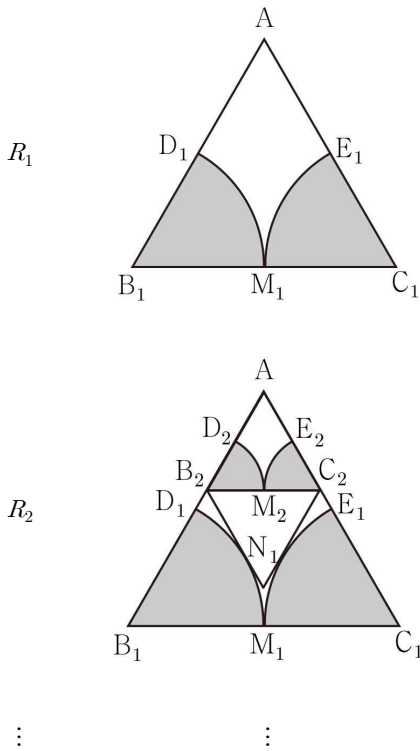
26. 함수 $f(x) = x^3 + ax + 1$ 의 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$$\int_1^{13} \frac{g(x)}{f'(g(x))} dx = 2$$

이다. $g'(4)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

27. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 AB_1C_1 이 있다.
 $\overline{B_1D_1} = \overline{C_1E_1} = 1$ 이 되도록 선분 AB_1 위의 한 점 D_1 과 선분 AC_1 위의 한 점 E_1 을 잡는다. 선분 B_1C_1 의 중점을 M_1 이라 할 때, 두 부채꼴 $B_1M_1D_1$, $C_1M_1E_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 삼각형 AB_2C_2 는 정삼각형이고, 점 A 가 아닌 점 N_1 에 대하여 정삼각형 $B_2C_2N_1$ 이 두 부채꼴 $B_1M_1D_1$, $C_1M_1E_1$ 에 동시에 접하도록 선분 AD_1 위의 한 점 B_2 와 선분 AE_1 위의 한 점 C_2 를 잡는다. 선분 B_2C_2 의 중점을 M_2 이라 할 때, $\overline{B_2M_2} = \overline{C_2D_2} = \overline{C_2E_2}$ 이 되도록 선분 AB_2 위의 한 점 D_2 와 선분 AC_2 위의 한 점 E_2 를 잡는다. 두 부채꼴 $B_2M_2D_2$, $C_2M_2E_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라고 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{2\sqrt{3}+1}{11}\pi$ ② $\frac{2(2\sqrt{3}+1)}{11}\pi$ ③ $\frac{3(2\sqrt{3}+1)}{11}\pi$
- ④ $\frac{4(2\sqrt{3}+1)}{11}\pi$ ⑤ $\frac{5(2\sqrt{3}+1)}{11}\pi$

28. 함수 $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2+a}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

y 축 위의 한 점 $(0, k)$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그을 수 있는 접선의 개수가 2가 되도록 하는 실수 k 의 최댓값은 2이다.

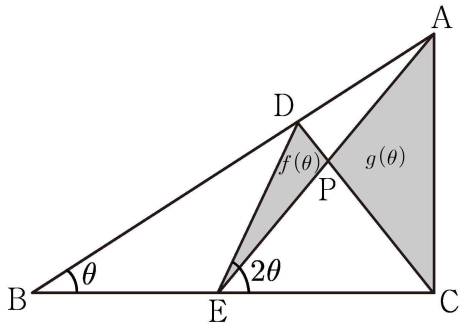
상수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

단답형

29. 그림과 같이 $\overline{BC}=1$, $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC가 있다.

$\angle ABC = \theta$ 라 할 때, 선분 AB 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E가 $\angle DEC = 2\theta$, $\overline{AD} = \overline{DE}$ 를 만족시킨다. 선분 AE와 선분 CD가 만나는 점을 P라 할 때, 삼각형 DPE의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 APC의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{g(\theta) - f(\theta)}{\theta} = k$ 라 할 때, $72k$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양수 t 에 대하여 함수

$$f(x) = \int_0^x \frac{s}{ts^2+1} ds$$

가 있다. 함수 $g(x) = |4f(x) - a|$ 에 대하여 닫힌구간 $[-\sqrt{t}, \sqrt{t}]$ 에서 함수 $g(x)$ 의 최댓값을 $M(t)$ 라 하자. 함수 $M(t)$ 가 $t=1$ 에서 미분가능하지 않을 때,

$$a - M'(\sqrt{3}) = \frac{q}{p} \ln 2 - 1$$

이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이고 p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.