

패턴 20

치환적분과 부분적분

편집:우에노리에

1. **2009** **평가원(3점)**

함수 $f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^6} dt$ 에 대하여 상수 a 가 $f(a) = \frac{1}{2}$ 을 만족시킬 때,

$$\int_0^a \frac{e^{f(x)}}{1+x^6} dx$$

의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{e}-1}{2}$ ② $\sqrt{e}-1$ ③ 1
 ④ $\frac{\sqrt{e}+1}{2}$ ⑤ $\sqrt{e}+1$

2. **2012** **교육청(3점)**

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (\sin x + 1) dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

3. **2005** **평가원(3점)**

$\int_{2\pi}^{3\pi} x \sin x dx$ 의 값은?

- ① π ② 2π ③ 3π
 ④ 4π ⑤ 5π

4. **2005** **교육청(3점)**

정적분 $\int_0^1 2x e^{x^2} dx$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑)

- ① $e-1$ ② e ③ $e+1$
 ④ e^2-1 ⑤ e^2

5. **2010** **평가원(3점)**

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 t 에 대하여 $\int_0^2 xf(tx)dx=4t^2$ 을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. **2011** **교육청(4점)**

$\int_0^1 (1+2e^{-x})dx - \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ 의 값을 구하시오.

7. **2011** **평가원(4점)**

정의역이 $\{x \mid x > -1\}$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$f'(x) = \frac{1}{(1+x^3)^2}$ 이고, 함수 $g(x) = x^2$ 일 때,

$$\int_0^1 f(x)g'(x)dx = \frac{1}{6}$$

이다. $f(1)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{7}{18}$

8. **2011** **평가원(4점)**

구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은?

(가) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt = 1$

(나) $\cos x \int_0^x f(t)dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt$ (단, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

9. **2011** 교육청(4점)

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

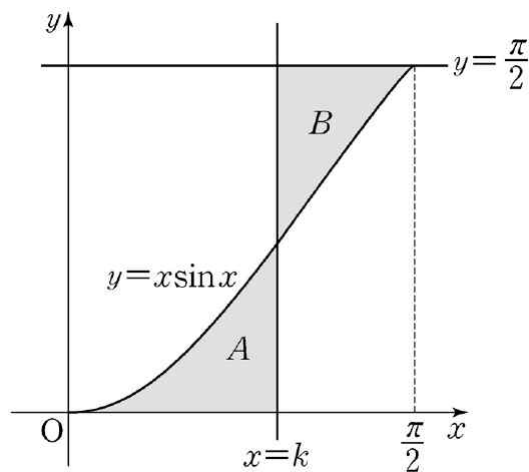
$$(가) \int_{\frac{\pi}{2}}^x f(t)dt = \{g(x) + a\} \sin x - 2$$

$$(나) g(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt \cos x + 3$$

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10. **2011** 평가원(4점)

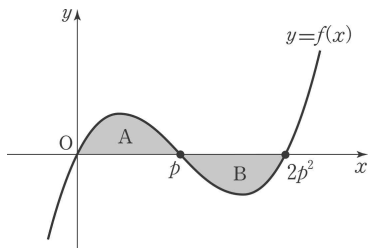
그림과 같이 곡선 $y = x \sin x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)에 대하여 이 곡선과 x 축, 직선 $x = k$ 로 둘러싸인 영역을 A , 이 곡선과 직선 $x = k$, 직선 $y = \frac{\pi}{2}$ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자. A 의 넓이와 B 의 넓이가 같을 때, 상수 k 의 값은?(단, $0 \leq k \leq \frac{\pi}{2}$)



- ① $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}$
④ $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\pi}$ ⑤ $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{\pi}$

11. **2004** **평가원(4점)**

연속함수 $f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다. 이 곡선과 x 축으로 둘러싸인 두 부분 A, B의 넓이가 각각 α , β 일 때, 정적분 $\int_0^p x f(2x^2) dx$ 의 값은? (단, $p > \frac{1}{2}$)



- ① $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ ② $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ ③ $\alpha + \beta$
 ④ $\frac{1}{4}(\alpha + \beta)$ ⑤ $\frac{1}{4}(\alpha - \beta)$

12. **2006** **수능 (3점)**

1보다 큰 실수 a 에 대하여 $f(a) = \int_1^a \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$ 라 할 때, $f(a^4)$ 과 같은 것은?

- ① $4f(a)$ ② $8f(a)$ ③ $12f(a)$
 ④ $16f(a)$ ⑤ $20f(a)$

13. **2011** **수능 (3점)**

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $f(2x) = 2f(x)f'(x)$ 이고,

$f(a) = 0$, $\int_{2a}^{4a} f(x) dx = k$ ($a > 0$, $0 < k < 1$) 일 때, $\int_a^{2a} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2} dx$ 의 값을 k 로 나타낸 것은?

- ① $\frac{k^2}{4}$ ② $\frac{k^2}{2}$ ③ k^2
 ④ k ⑤ $2k$

14. **2013 수능 (3점)**

연속함수 $f(x)$ 가 $f(x) = e^{x^2} + \int_0^1 tf(t)dt$ 를 만족시킬 때, $\int_0^1 xf(x)dx$ 의 값은?

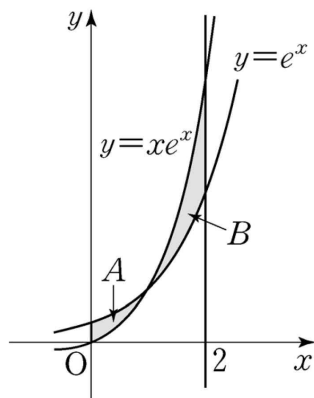
- ① $e-2$ ② $\frac{e-1}{2}$ ③ $\frac{e}{2}$
 ④ $e-1$ ⑤ $\frac{e+1}{2}$

15. **2012 수능 (4점)**

함수 $f(x) = 3(x-1)^2 + 5$ 에 대하여 함수 $F(x)$ 를 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 라 하자. 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $F(g(x)) = \frac{1}{2}F(x)$ 를 만족시킨다. $g'(2) = p$ 일 때, $30p$ 의 값을 구하시오.

16. **2012 수능 (4점)**

그림에서 두 곡선 $y = e^x$, $y = xe^x$ 과 y 축으로 둘러싸인 부분 A 의 넓이를 a , 두 곡선 $y = e^x$, $y = xe^x$ 과 직선 $x=2$ 로 둘러싸인 부분 B 의 넓이를 b 라 할 때, $b-a$ 의 값은?



- ① $\frac{3}{2}$ ② $e-1$ ③ 2
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ e

- 1) 정답 ②
- 2) 정답 ⑤
- 3) 정답 ⑤
- 4) 정답 ①
- 5) 정답 ④
- 6) 정답 2
- 7) 정답 ④
- 8) 정답 ④
- 9) 정답 ④
- 10) 정답 ③
- 11) 정답 ⑤
- 12) 정답 ②
- 13) 정답 ④
- 14) 정답 ④
- 15) 정답 37
- 16) 정답 ③