03 Theme. 포물선 운동

[개념편]

INTRO

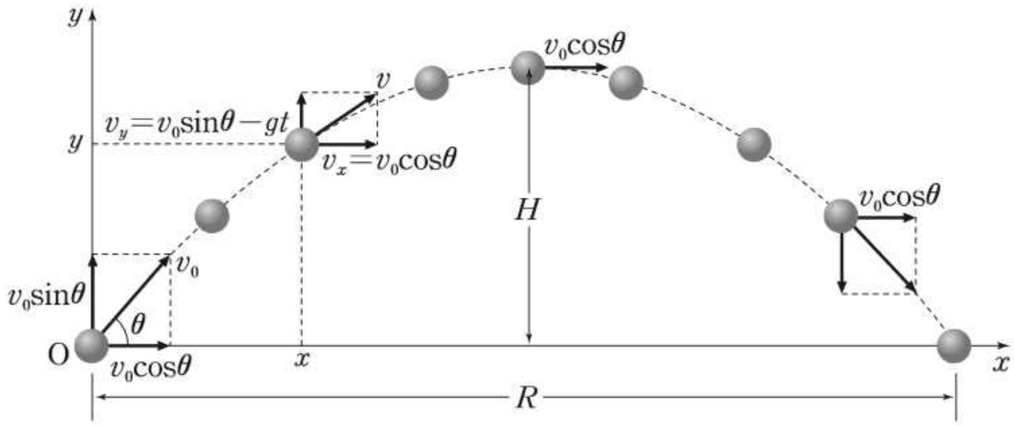
물리학 1에서 배웠던 것처럼 직선상에서 일정한 힘을 받으면 물체는 등가속도 직선운동을 하게 됩니다.

그런데 평면상에서 물체가 가속도를 받는다면,

평면상에서 속력이 일정하고 속도에 수직인 힘을 받을 때 ⇨ 등속원운동

속도의 방향과 다른 일정한 힘을 받을 때 ⇨ 포물선 운동

Theme 3 에서는 포물선 운동부터 다뤄보도록 하겠습니다.



중력 가속도가 $-y$ 방향으로 g 인 상황의 그림입니다.

물리학 2는 물리학 1과 달리 평면상에서의 운동을 다루기 때문에 축에 따른 거리, 속도를 따로따로 생각해야 합니다. 축을 설정하는건 자유지만, 중력 가속도가 $-y$방향이므로 x축과 y축으로 설정하는게 좋습니다.

초기 속도 v_0의 x축 방향 성분 $v_{0x}=v_0\cos\theta$이고 y축 방향 성분$v_{0y}=v_0\sin\theta$ 입니다.

저는 cos, sin 표현 대신 v_{0x}, v_{0y}로 표시하겠습니다.

단, $\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$이므로 $v_{0x}{}^2+v_{0y}{}^2=v_0{}^2$임을 생각합시다.

기억해야 할 것은 가속도를 받지 않는 방향의 속도는 일정하다는 것입니다.

그림에서 v_x는 처음부터 끝까지 변하지 않습니다.

자 그러면 v_y를 봅시다. 물체가 g의 가속도를 받고 있으므로 t초 후 속도의 y성분 $v_y(t) = v_{0y} - gt$ 입니다.

최고점에서, 변위의 y성분 $S_y(t)$에 대해 $S_y'(t) = v_y(t)$ 이므로 속도의 y성분이 0임은 자명합니다.

따라서 최고점까지 걸리는 시간 t는 $v_y(t) = v_{0y} - gt = 0$ 에서

$$t = \frac{v_{0y}}{g}$$

높이 H는 평균 속도를 생각하면서

$$H = \frac{v_{0y} + 0}{2} \times t = \frac{v_{y0}^2}{2g}$$

마지막으로 수평 방향 이동거리 R은

$$R = v_{0x} \times 2t = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

동일한 표현으로 삼각함수의 성질(*배각 공식)에 의해

$$R = \frac{2v_0\cos\theta\, v_0\sin\theta}{g} = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$$

자주 쓰이지는 않지만 유용할 때가 있습니다. 같은 속력으로 던지면 각도가 얼마일 때 가장 멀리 날아갈까?

$R = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$ 에서 $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ 이므로 45° 일 때 가장 멀리 날아가게 됩니다.

외우는 것도 좋지만 선 이해 후 암기 합시다.

그렇다면 아래서 위로 던지는 것이 아니고 위에서 아래로 던지면 어떨까요?

최고점에서 수평 방향으로 던진다던가, 혹은 다양한 상황에서도

상황은 대칭적입니다. 조건만 맞춰 준다면 정확히 같은 경로로 이동하게 되죠.

여러 교재에서 더 다양한 공식이 소개되기도 합니다. 다만 위의 공식 외에 다른 공식들은 제 기준 잘 쓰지 않았습니다. 원리를 알면 유도할 수 있으니까요.

03 Theme. 포물선 운동

[수능편]

물리학 2 수능을 응시하실 여러분들이라면, 포물선 문제에는 익숙해야 합니다.

자주 사용되는 공식 정도는 외우시는 것을 추천드립니다.

그러나 모든 공식을 애써 외우라는 것은 아닙니다. 필요한 공식은 저절로 외워집니다.

평균 속도 개념을 중심으로 공식을 다시 써보도록 하겠습니다.

최고점 높이 $H=$ (평균 속도) × (시간)$=\dfrac{v_{0y}}{2}\times\dfrac{v_{0y}}{g}=\dfrac{v_{0y}^2}{2g}$ 입니다.

최고점까지의 평균 속도의 y성분은 무조건 초기 속도의 y성분 v_{0y}의 절반이 됩니다.

수평 방향 이동거리 R을 생각하는데 일단 시간 $t=0$부터 최고점 높이까지 $\dfrac{R}{2}$을 H와 비교해 생각해봅시다.

물체가 y축 방향, 즉 위로 움직여 최고점까지 움직이는 동안,

물체는 x축 방향인 오른쪽으로 정확히 같은 시간동안 움직이게 됩니다.

(변위) = (평균 속도) × (시간)에서 시간을 약분하여 평균 속도만 비교하면

$$\frac{R}{2}:H=\overline{v_x}:\overline{v_y}$$

$$\frac{R}{2}:H=v_{0x}:\frac{v_{0y}}{2}$$

$\overline{v}$는 v의 평균을 의미합니다.

개념편에서 봤듯 v_x는 일정, v_y는 중력 가속도를 받으며

중력 가속도가 일정할 때, 최고점 높이와 도착점까지 걸리는 시간은 v_{0y}에만 영향을 받습니다.

따라서, x축 이동거리와 v_y는 시간을 나타냅니다. (모두 시간에 대한 1차 함수)

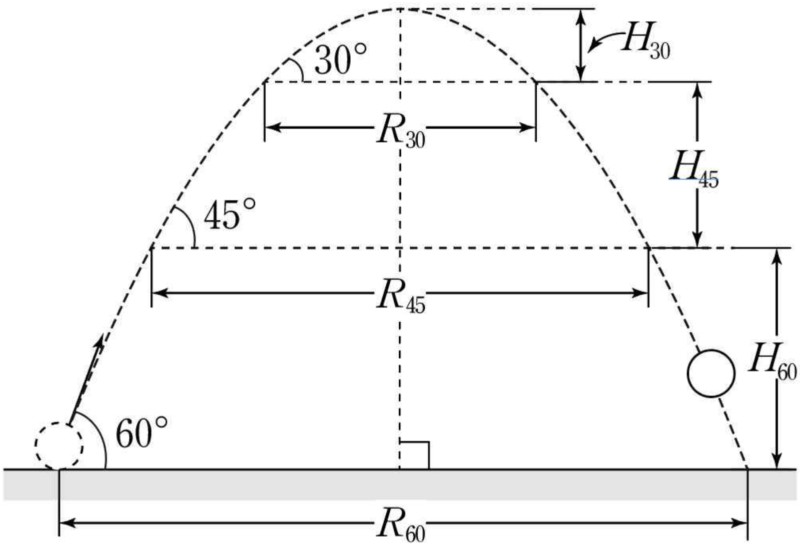
y축 이동거리 역시 시간을 나타냅니다. (시간에 대한 2차 함수)

상황을 가정해 이야기해봅시다.

만약 초기속도 v_0, 발사각 60° 인 상황에서

$v_{0x}=\dfrac{v_0}{2}$, $v_{0y}=\dfrac{\sqrt{3}\,v_0}{2}$ 입니다.

$\dfrac{R}{2}:H=v_{0x}:\dfrac{v_{0y}}{2}$ 로부터 $R:H=4:\sqrt{3}$ 입니다.



더 나아가, 모든 특수각에 대해서도 R과 H의 비를 생각해 볼 수 있습니다.

v_x가 일정하다는걸 기억하면서 그림에서 R_{30}, R_{60}, R_{90}, H_{30}, H_{60}, H_{90}의 관계를 직접 구해봅시다.

여러분이 문제를 풀 때, 문제가 여러분들께 물어볼 수 있는 것은 상당히 많지만

우리가 상황 파악을 위해 필요한 값은 많아야 2~3개면 충분합니다.

문제를 풀면서 확인해봅시다.

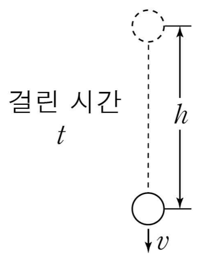
Theme.

03 포물선 운동

[연습편]

TIP

문제를 푸실 때 계산의 편의를 위해 그림과 같이 속력의 기본 단위를 v, 변위의 기본 단위를 h, 시간의 기본 단위를 t와 같이 세팅하여 $gt=v$, $\frac{vt}{2}=h$, $\frac{1}{2}gt^2=h$가 되도록 하시면 문제를 편하게 푸실 수 있습니다.



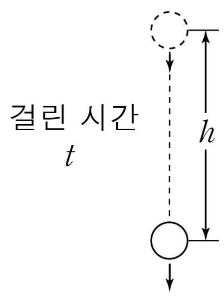
이렇게 기본 단위를 잡아 두면 다른 복잡한 물체의 운동을 분석하기 편리합니다.

1. [시간], [변위]가 주어졌을 때

1 - 1. [속력]을 구하고 싶다면, 평균 속력을 구한 후 $\pm\frac{1}{2}gt$ 하여 처음 속력과 나중 속력을 구한다.

EX

시간 t 동안 직선상에서 등가속도 운동하는 물체의 변위가 h일 때 물체의 처음 속력과 나중 속력을 구하시오. (단, 중력 가속도는 g이다.)



Sol

평균 속도는 $\frac{h}{t}$이므로

물체의 처음 속력은 $\frac{h}{t}-\frac{1}{2}gt$

나중 속력은 $\frac{h}{t}+\frac{1}{2}gt$

* 만약 TIP과 같이

기본 단위를 v, h, t로 세팅할 수 있다면, (초기 속력이 0이 되도록 세팅한다면)

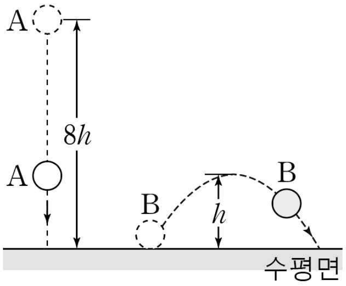
평균 속도는 $\frac{v}{2}$이고 t동안 속력의 변화량이 v이므로

물체의 처음 속력은 0, 나중 속력은 v입니다.

1 - 2. 만약 동시에 운동하는 다른 물체가 있다면 다른 물체와 평균 속도를 비교해본다.

EX

그림과 같이 물체 A를 연직 아래로 던지는 동시에 B를 던졌더니 두 물체가 동시에 수평면에 도달하였다. 던진 직후와 수평면 도달 직전의 A의 속력을 구하시오. (단, 중력 가속도는 g이다.)



Sol

던져진 순간 B의 수직 방향 속력을 v,

B가 포물선 운동하는데 걸리는 시간을 $2t$라 하면

$2t$동안 A의 속도의 변화량은 $2v$입니다.

이때 h와 $8h$의 관계에서

t동안 B의 평균 속력은 $\frac{1}{2}v$이므로

$2t$동안 움직인 A의 평균 속력은 $2v$입니다.

위에서 A의 속력 변화량이 $2v$이므로

던진 직후 A의 속력은 $2v-v=v$

수평면에 도달 직전 A의 속력은 $2v+v=3v$

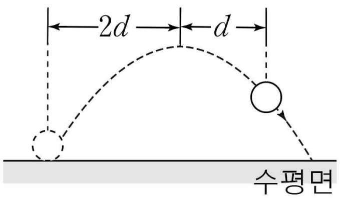
이제 v가 $\sqrt{2gh}$임을 이용하여 마무리합시다.

2. [시간], [속력][1]이 주어졌을 때

2 - 1. [속력]을 구하고 싶다면, 시간과 속력이 비례함을 기억하면서 처음 속력 혹은 나중 속력을 구한다.

EX

그림은 물체가 최고점을 지나 포물선 운동하는 모습을 나타낸 것이다. 물체의 수평 방향 이동 거리가 $3d$인 순간 수직 방향 속력이 v일 때 물체를 던진 순간 수직 방향 속력을 구하시오. (단, 중력가속도는 g이다.)



Sol

이동거리가 $3d$인 순간 물체의 위치를 P라고 하면 최고점으로부터 수평변위가 각각 $2d$, d이므로 던진 순간부터 최고점까지 걸린 시간을 $2t$, 최고점에서 P까지 걸린 시간을 t로 둘 수 있습니다.

이 때 물체는 최고점에서부터 P까지 t동안 등가속도 운동하고, 반대로 던진 순간으로부터 최고점까지 $2t$동안 등가속도 운동하므로 답은 $2v$입니다.

2 - 2. [변위]를 구하고 싶다면, $vt-\frac{1}{2}gt^2$ 를 이용해 변위를 구한다.

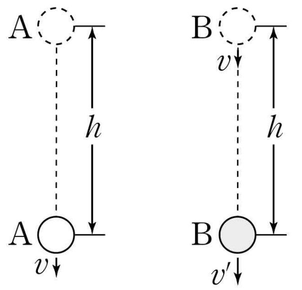
1) 처음 속력과 나중 속력 중 하나만

3. [변위], [속력]이 주어졌을 때

3 - 1. [속력]을 구하고 싶다면, $2aS = v^2 - v_0^2$을 이용하여 처음속력 혹은 나중속력을 구한다.

EX

그림은 물체 A를 가만히 놓았더니 h만큼 떨어진 순간 속력이 v인 모습을 나타낸 것이다. 물체 B를 v의 속력으로 아래로 던졌더니 h만큼 떨어진 순간 속력이 v'일 때 v'를 구하시오. (단, 중력 가속도는 g이다.)



Sol

A의 운동에서 $2gh = v^2$

B의 운동에서 $2gh = v'^2 - v^2 = v^2$

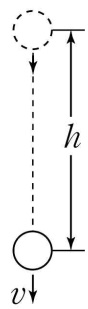
따라서 $v' = \sqrt{2}\,v$

이는 높이 h에 의한 속력의 변화는 질량에 상관없이 계산됨을 의미합니다.

3 - 2. [시간]을 구하고 싶다면, $vt - \frac{1}{2}gt^2 = h$을 이용하여 이차방정식을 풀거나 속력을 구한 후 $2aS = v^2 - v_0^2$ 를 이용하여 시간을 구한다.

EX

그림은 물체 물체를 연직 아래 방향으로 던졌더니 h만큼 떨어진 순간 속력이 v인 모습을 나타낸 것이다. 물체가 h만큼 자유낙하 하는데 걸리는 시간은? (단, 중력 가속도는 g이다.)



Sol

던져지는 순간 물체의 속력은 $v - gt$ 입니다.

$2gh = v^2 - (v - gt)^2$ 이므로

$gt^2 - 2vt + 2h = 0$

$$t = \frac{v \pm \sqrt{v^2 - 2gh}}{g}$$

$v - gt > 0$ 이므로

$$t = \frac{v - \sqrt{v^2 - 2gh}}{g}$$

03 Theme. 포물선 운동

[문제편]

01 16학년도 9월 2번

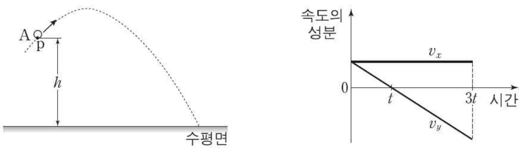
2. 그림과 같이 물체 A가 수평면과 45° 의 각을 이루며 20 m/s의 속력으로 던져진 순간, A로부터 8 m 떨어져 정지해 있던 물체 B가 등가속도 직선 운동을 한다. A는 포물선 운동을 하여 B와 동시에 수평면의 점 P에 도달한다.

B의 가속도의 크기는? (단, 중력 가속도는 $10\,m/s^2$이고, 물체는 동일 연직면에서 운동하며, 물체의 크기는 무시한다.)

① $4\,m/s^2$ ② $4\sqrt{2}\,m/s^2$ ③ $8\,m/s^2$
④ $8\sqrt{2}\,m/s^2$ ⑤ $12\,m/s^2$

02 18학년도 6월 4번

4. 그림 (가)는 포물선 운동을 하는 물체 A가 수평면으로부터의 높이가 h인 점 p를 통과하는 순간을 나타낸 것이다. 그림 (나)는 A가 p를 통과하는 순간부터 A의 속도의 수평 방향 성분 v_x, 수직 방향 성분 v_y를 시간에 따라 나타낸 것이다. A는 $3t$일 때 수평면에 도달한다.



(가) (나)

0부터 $3t$까지 A의 수평 이동 거리는? (단, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

① h ② $\frac{4}{3}h$ ③ $\frac{5}{3}h$ ④ $2h$ ⑤ $\frac{7}{3}h$

01 Solution 16학년도 9월 2번

A 의 초기조건부터 파악해봅시다.

$v_{x0} = v_{y0} = 10\sqrt{2}$ 군요.

$R = v_{x0} \times 2\frac{v_{y0}}{g}$ 에서 $R = 40(m)$

그런데 B는 같은 시간 동안

$40-8 = 32(m)$를 이동했으므로

$\frac{1}{2}at^2 = 4a = 32$ 에서 a는 $8\,(m/s^2)$입니다.

따라서 답은 3번입니다.

[실전 풀이]

최고점 높이를 H라 하면

$\frac{R}{2} : H = v_{x0} : \frac{v_{y0}}{2} = 2:1$이므로

$R : H = 4:1$ 입니다.

$\therefore R = 40\,(m)$

02 Solution 18학년도 6월 4번

$v_y(t) = v_{y0} - gt$를 기억하면서

핵심은 v_y가 0이 되는 지점과 (최고점)

수평면에서 속력이겠군요 (도착점)

x축 방향 초기 속도를 v라 하면

y축 방향 초기 속도 역시 v입니다.

(A가 올라간 높이)$+h=$(A가 내려간 높이)

$H = \frac{v_{y0}+0}{2} \times t$에서

(A가 올라간 높이)$=\frac{v}{2}t$, (A가 내려간 높이)$=v\times 2t$

$\therefore h = \frac{3}{2}vt$

문제에서 수평이동거리를 물었으므로

$v_{x0} \times 3t = 3vt = 2h$

따라서 답은 4번입니다.

[실전 풀이]

x축 방향 초기속도를 v라 합시다.

A는 y축 속력 v로 올라가기 시작해 $2v$로 내려옵니다.

y축 속력비=시간비

(시간비)^2=거리비 에서

높이 h인 지점으로부터 최고점까지의 높이를 H라 하면

$H+h = 4H$ 입니다.

$v_{x0} = v_{y0}$에서

높이 h로부터 최고점까지의 포물선 운동에서

$\frac{R}{2} : H = 2:1$

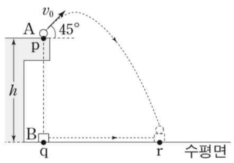
즉 이 시간 동안 수평 이동 거리는 $2H$인데

$3t$까지의 수평 이동 거리를 물었으므로

$6H = 2h$

03 17학년도 수능 17번

17. 그림과 같이 수평면으로부터 높이가 h인 점 p에서 물체 A를 수평 방향과 45°의 각을 이루며 v_0의 속력으로 던진 순간, p의 연직 아래 수평면 위의 점 q에 정지해 있던 물체 B가 등가속도 운동을 시작하였다. A는 포물선 운동을 하여 B와 동시에 수평면 위의 점 r에 도달하며, A의 최고점의 높이는 수평면으로부터 $\frac{9}{8}h$이다.

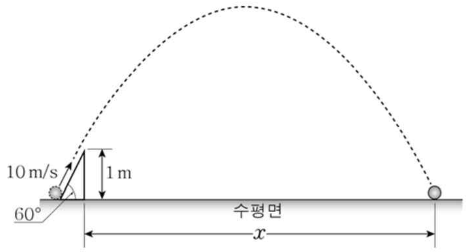


B의 가속도의 크기는? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

① $\frac{1}{3}g$ ② $\frac{1}{2}g$ ③ $\frac{2}{3}g$ ④ $\frac{3}{4}g$ ⑤ g

04 17학년도 10월 20번

20. 그림과 같이 수평면에서 10 m/s의 속력으로 발사된 물체가 경사각이 60°이고 마찰이 없는 빗면을 따라 운동하다가 빗면을 떠난 후부터 수평면에 도달할 때까지 수평 거리 x만큼 포물선 운동을 하였다. 빗면의 높이는 1 m이다.



x는? (단, 중력 가속도는 10 m/s^{2}이고, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

① $2(\sqrt{3}+1)$ m ② $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ m ③ $5\sqrt{2}$ m
④ $2(\sqrt{3}+2)$ m ⑤ $5\sqrt{3}$ m

03 Solution 17학년도 수능 17번

A의 속도성분 $v_x = v_y = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0$

A가 운동을 시작하여 수평면에 도달할 때까지 시간을 t라 하면.

A와 B가 t동안 이동한 x축 거리가 같으므로

둘의 평균 속도의 x성분이 같습니다.

B의 가속도를 a라 하면

$a\frac{t}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0$

시작 → 최고점 : $H = \frac{(\frac{\sqrt{2}}{2}v_0)^2}{2g} = \frac{1}{8}h$

최고점 → 끝 : $\frac{9}{8}h = \frac{(-\frac{3\sqrt{2}}{2}v_0)^2}{2g}$

$v_y(t) = v_{y0} - gt$에서 $-\frac{3\sqrt{2}\,v_0}{2} = \frac{\sqrt{2}\,v_0}{2} - gt$

따라서 $t = \frac{2\sqrt{2}\,v_0}{g}$이고, $a\frac{t}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0$에서 $a = \frac{1}{2}g$

[실전 풀이]

$\frac{1}{8}h : \frac{9}{8}h$에서 시간비 $1:3$

$v_{x0} = v_{y0}$에서

최고점까지 x축 거리와 y축 거리비가 $2:1$이고

q~r까지 거리 h

(A의 y축 평균 속도) = (B의 x축 평균 속도)

$v_{x0} = v$라 하면 같은 시간 동안

A는 $v \rightarrow -3v$ B는 $0 \rightarrow 2v$ (평균 속도가 v이므로)

가속도 비가 $2:1$이므로 $a = \frac{1}{2}g$

04 Solution 17학년도 10월 20번

빗면 끝에서의 속도성분비는 정해져 있으니

빗면 끝에서의 속력 v를 구해봅시다

에너지 보존 법칙을 쓰면

$50m = 10m + \frac{1}{2}mv^2$

$v = 4\sqrt{5}$

여기서 $v_x = 2\sqrt{5}$, $v_y = 2\sqrt{15}$

y축 변위 s에 대해 $v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = s$

$s = -1$일 때 수평면에 도달하므로

빗면 끝부터 수평면까지 시간을 t라 하면

$2\sqrt{15}\,t - 5t^2 = -1$

$5t^2 - 2\sqrt{15}\,t - 1 = 0$

$t = \frac{\sqrt{15} \pm \sqrt{15+5}}{5}$

$\therefore t = \frac{\sqrt{15} + 2\sqrt{5}}{5}$

$x = v_x t = \frac{2\sqrt{5}(\sqrt{15} + 2\sqrt{5})}{5} = 2(\sqrt{3} + 2)$

[실전 풀이]

최고점 기준으로 반으로 나누어 생각해 봅시다

일단 $H = \frac{v_{y0}^2}{2g}$에서 $H = 3$입니다.

그럼 최고점부터 수평면까지의 높이가 4m이므로

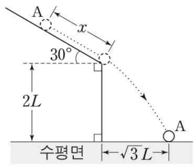
수평면까지 떨어지는데 걸리는 시간을 깔끔하게 계산할 수 있습니다.

시간을 따로 구해 더하시면 $t = \frac{\sqrt{15} + 2\sqrt{5}}{5}$

05

16학년도 수능 18번

18. 그림과 같이 마찰이 없는 경사면에 물체 A를 가만히 놓았더니, A는 경사면을 따라 거리 x만큼 직선 운동한 후 수평면에서 높이가 $2L$인 지점에서부터 포물선 운동하여 수평면에 도달하였다. 경사면이 수평면과 이루는 각은 30°이고 A가 포물선 운동하는 동안의 수평 이동 거리는 $\sqrt{3}L$이다.



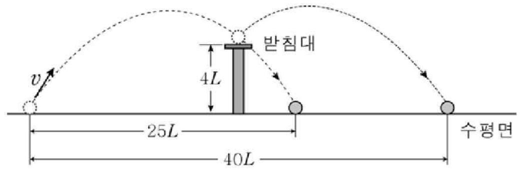
x는? (단, 물체는 동일 연직면에서 운동하며, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.)

① L ② $\frac{3}{2}L$ ③ $\sqrt{3}L$ ④ $2L$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}L$

06

16학년도 10월 20번

20. 그림과 같이 수평면에서 v의 속력으로 비스듬히 던져진 물체가 포물선 운동을 하다가 높이가 $4L$인 받침대에서 탄성 충돌한 후 다시 포물선 운동을 하여 수평면에 도달할 때까지 수평 이동 거리가 $40L$이었다. 받침대가 없을 경우 수평 이동 거리는 $25L$이다.



물체가 받침대에 충돌하기 직전의 속력은? (단, 받침대의 윗면은 마찰이 없고 수평이며, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

① $\frac{\sqrt{13}}{5}v$ ② $\frac{\sqrt{17}}{5}v$ ③ $\frac{\sqrt{19}}{5}v$ ④ $\frac{\sqrt{58}}{10}v$ ⑤ $\frac{\sqrt{82}}{10}v$

*탄성 충돌이 물리학 1으로 내려갔습니다. 받침대에서 탄성 충돌 직전과 직후, 물체의 속력은 같고 속도의 방향과 받침대가 이루는 각의 크기는 서로 같습니다.

05 Solution 16학년도 수능 18번

$\frac{R}{2}:H=\overline{v_x}:\overline{v_y}$이 바로 나와 있네요.

$\frac{R}{2}:H=v_{x0}:\frac{v_{y0}}{2}$쓰시면 안돼요! 속도가 0이 아니니까요

포물선 운동하는 동안 A의 $\overline{v_x}:\overline{v_y}=\sqrt{3}:2$

경사면에서 A의 속도성분비는 경사면과 나란합니다.

경사면 끝에서 A의 속도성분

$v_x=\sqrt{3}v,\ v_y=v$라 합시다.

$\overline{v_x}:\overline{v_y}=\sqrt{3}:2$에서

$\overline{v_x}=\sqrt{3}v$로 일정하므로 $\overline{v_y}=2v$ 입니다.

따라서 v_y는 v에서 $3v$가 됩니다.

이 동안 떨어진 높이가 $2L$이므로

$2as=v^2-v_0^2$에서

$2g2L=8v^2$

경사면에서 y축 가속도는 $\frac{1}{4}g$이므로

$2\frac{1}{4}gs=v^2$ (s는 경사면에서의 y축 변위)

$s=L$

$\therefore x=2L$

+경사면에서 y축 가속도가 왜 $\frac{1}{4}g$인지 생각해 보세요!

[실전 풀이]

중력에 의한 포물선 운동하는 동안

$2L$만큼의 속도 변화량은 $4gL=8v^2$

따라서 x만큼 내려오는 동안의 속력 제곱의 변화량은

$4v^2$만큼이고 이에 해당하는 높이는 L이다.

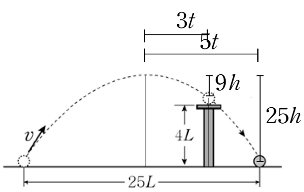
$\therefore x=2L$

06 Solution 16학년도 10월 20번

[받침대 (B)부터 받침대가 없을 경우 떨어졌을 지점(C) 까지의 x축 거리]와 [받침대의 높이]의 비가 $4:5$입니다.

그렇다면 B에서의 x축과 y축 속도비는?

$8:5$? 아닙니다. 최고점을 포함할 때, 즉 y축 속력이 한 지점에서 0일 때만 쓸 수 있죠.



최고점 A를 기준으로 양쪽이 대칭이므로 A~C까지 x축 거리는 $\frac{25}{2}L$, B~C까지 x축 거리는 $\frac{15}{2}L$ 입니다.

(x축 변위) = (x축 속도)×(시간)에서 x축 속도는 일정하므로 변위의 비는 곧 시간의 비와 같으므로 시간 비는 $3:5$가 됩니다.

자유낙하 공식 $\frac{1}{2}gt^2$에서 y축 이동 거리는 시간의 제곱에 비례하므로 C에서의 높이와 A에서의 높이 비는 $9:25$입니다.

따라서 $4L=16h,\ 25h=\frac{25}{4}L$ 입니다.

$\frac{R}{2}:H=v_{x0}:\frac{v_{y0}}{2}=2:1,\ v_{x0}=v_{y0}$

B에서

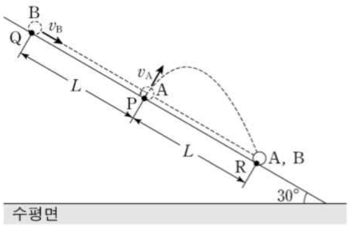
$v_x=v_{x0},\ v_y=\frac{3}{5}v_{y0}=\frac{3}{5}v_{x0}$ (v_y는 시간에 대한 1차 함수)

$v_B=\sqrt{v_{xo}^2+(\frac{3}{5}v_{y0})^2}=\frac{\sqrt{34}}{5}v_{x0}$

$v=\sqrt{2}v_{x0}$이므로 $v_B=\frac{\sqrt{17}v}{5}$

07 19학년도 6월 20번

20. 그림과 같이 경사각이 30°인 경사면 위의 점 P에서 시간 $t=0$일 때 물체 A가 속력 v_A로 경사면에 대해 수직 방향으로 발사되어 포물선 운동을 하고, 경사면을 따라 등가속도 운동을 하고 있는 물체 B가 $t=t_0$일 때, 속력 v_B로 경사면 위의 점 Q를 지났다. $t=3t_0$일 때 A, B는 경사면 위의 점 R에 동시에 도달한다. P에서 Q까지 거리와 P에서 R까지 거리는 L로 같다.



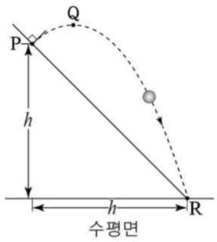
$\frac{v_A}{v_B}$는? (단, A, B는 동일 연직면에서 운동하고, 물체의 크기와 마찰은 무시한다.) [3점]

① $\frac{2\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{7}$

08 19학년도 7월 18번

18. 그림과 같이 수평면으로부터 높이 h인 점 P에서 빗면과 수직으로 던져진 물체가 포물선 운동을 하여 최고점 Q를 지나 빗면의 끝 점 R에 도달한다. 물체의 수평 도달 거리는 h이다.

물체가 Q에서 R까지 운동하는 데 걸린 시간은? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기, 공기 저항은 무시한다.) [3점]



① $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{h}{g}}$ ② $\sqrt{\frac{h}{g}}$ ③ $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{h}{g}}$ ④ $2\sqrt{\frac{h}{g}}$ ⑤ $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{h}{g}}$

07 Solution 19학년도 6월 20번

우선 30° 경사면 위에서 A의 운동을 분석해봅시다.

A는 수평면에 대해 60° 의 각도로 발사됩니다.
A의 속도의 수평 성분의 크기를 v,
수직 성분의 크기를 $\sqrt{3}v$로 두면
$v_A = 2v$입니다.

P부터 R까지의 평균 속도의 방향이
경사면의 방향과 나란하므로
평균 속도의 크기는 $\frac{2}{\sqrt{3}}v$이고
R에서 A의 속도의 수직 성분의 크기는 $\frac{5}{3}\sqrt{3}v$입니다.

A는 $3t_0$동안 수직 방향으로 $\frac{8}{3}\sqrt{3}v$만큼 가속되므로
$2t_0$동안 B의 속도 변화량은 $\frac{8}{9}\sqrt{3}v$
($\because$ 가속도가 $\frac{1}{2}$, 시간이 $\frac{2}{3}$)

B의 변위가 A의 변위의 2배고
A의 평균 속도의 크기가 $\frac{2}{\sqrt{3}}v$이므로
B의 평균 속도의 크기는 $2\sqrt{3v}$이고

B의 처음 속력은 $v_B = 2\sqrt{3}v - \frac{4}{9}\sqrt{3}v = \frac{14}{9}\sqrt{3}v$

$\therefore \frac{v_A}{v_B} = \frac{3\sqrt{3}}{7}$

08 Solution 19학년도 7월 18번

P에서 물체의 속도의 수직 성분과 수평 성분의 크기를 v로 둡시다.

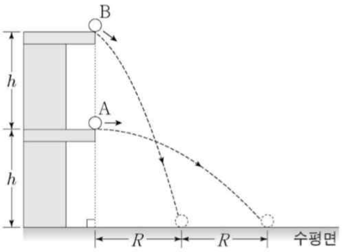
물체의 평균 속도의 방향은 경사면과 나란하므로
R에서 물체의 속도의 수직 성분의 크기는 $3v$

Q에서 R까지 동하는 동안 걸리는 시간은 $t = \frac{3v}{g}$
이 때 $2gh = (3v)^2 - v^2$에서
$v = \frac{1}{2}\sqrt{gh}$

$t = \frac{3v}{g} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{h}{g}}$

09 19학년도 9월 17번

17. 그림과 같이 높이가 h인 지점에서 물체 A를 수평 방향으로, $2h$인 지점에서 물체 B를 비스듬한 방향으로 동시에 던졌다. A, B는 포물선 운동을 하여 수평면에 같은 속력으로 동시에 도달하였다. A, B의 수평 이동 거리는 각각 $2R$, R이다.

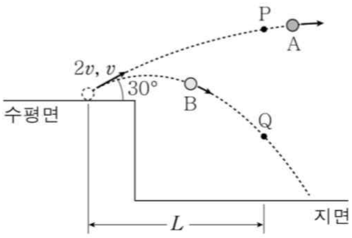


R는? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

① $\sqrt{\frac{1}{3}}h$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}}h$ ③ $\sqrt{\frac{4}{3}}h$ ④ $\sqrt{\frac{5}{3}}h$ ⑤ $\sqrt{\frac{8}{3}}h$

10 19학년도 10월 19번

19. 그림은 물체 A, B를 수평면과 30°의 각을 이루며 각각 $2v$, v의 속력으로 던졌을 때 A, B의 운동 경로를 나타낸 것이다. 던진 지점으로부터 수평 거리가 L일 때 A, B는 각각 경로상의 점 P, Q를 지난다.



P와 Q 사이의 거리는? (단, 중력 가속도는 g이고 공기 저항 및 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

① $\frac{gL^2}{2v^2}$ ② $\frac{3gL^2}{4v^2}$ ③ $\frac{9gL^2}{8v^2}$ ④ $\frac{2gL^2}{v^2}$ ⑤ $\frac{3gL^2}{v^2}$

09 Solution 19학년도 9월 17번

수평면에서의 A의 수직 방향 속력을 v라 하면

B의 수직 방향 속력 변화량은 v이고

수직 방향 평균 속도는 A의 2배인 v이므로

수평면에서의 B의 수직 방향 속력은 $v+\frac{1}{2}v=\frac{3}{2}v$

같은 시간 동안 A의 수평 방향 변위의 크기가

B이 2배이므로

A, B의 수평 방향 속력을 각각 v_x, $2v_x$라 하면

$$(2v_x)^2+v^2=(v_x)^2+\left(\frac{3}{2}v\right)^2$$

$$v_x=\sqrt{\frac{5}{12}}v$$

A의 포물선 운동에서

평균 속도의 수직 방향 성분의 크기는 $\frac{1}{2}v$,

평균 속도의 수평 방향 성분의 크기는 $\sqrt{\frac{5}{12}}v$

$$2R:h=\overline{v_x}:\overline{v_y}=\sqrt{\frac{5}{12}}:\frac{1}{2}$$

$$\therefore R=\sqrt{\frac{5}{3}}h$$

10 Solution 19학년도 10월 19번

A를 나중에 던지는 상황입니다.

A의 x축 방향 속력을 v_0, P에 도달하는데까지 걸린 시간을 t

라 하면 $v_0=\sqrt{3}v$, $t=\frac{L}{v_0}$이고

발사각이 같고

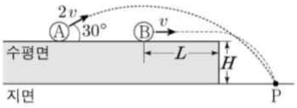
B는 $2t$동안, A는 t동안 중력에 의한 가속 운동하므로

P와 Q사이의 거리는

$$\frac{1}{2}g(2t)^2-\frac{1}{2}gt^2=\frac{3}{2}gt^2=\frac{3gL^2}{2v_0^2}=\frac{gL^2}{2v^2}$$

11 19학년도 수능 20번

20. 그림과 같이 마찰이 없는 수평면에서 물체 A가 수평면과 30°의 각을 이루며 $2v$의 속력으로 던져진 순간, 물체 B가 수평 방향으로 v의 속력으로 발사된다. 포물선 운동을 하는 A와 수평면을 떠나 포물선 운동을 하는 B는 지면상의 점 P에 동시에 도달한다. 수평면의 높이는 H이고, B가 수평면에서 이동한 거리는 L이다.

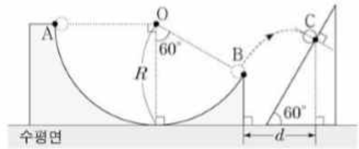


$H=\frac{8v^2}{9g}$일 때, L은? (단, 중력 가속도는 g이고, A와 B의 크기는 무시하며, A와 B는 동일 연직면상에서 운동한다.) [3점]

① $\frac{9v^2}{5g}$ ② $\frac{7v^2}{4g}$ ③ $\frac{5v^2}{3g}$
④ $\frac{4v^2}{3g}$ ⑤ $\frac{5v^2}{4g}$

12 20학년도 수능 18번

18. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름이 R인 원형 트랙의 점 A에 가만히 놓은 물체가 원형 트랙을 따라 운동한 후 점 B에서부터 포물선 운동을 하여 빗면상의 점 C에 수직으로 부딪쳤다. B에서 C까지 물체의 수평 이동 거리는 d이다.



B에서 C까지 물체의 운동에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g이고 물체는 동일 연직면상에서 운동하며, 물체의 크기와 모든 마찰은 무시한다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. 운동하는 데 걸린 시간은 $\sqrt{\frac{2R}{g}}$이다.

ㄴ. $d=\frac{\sqrt{3}}{3}R$이다.

ㄷ. 최고점의 높이는 수평면으로부터 $\frac{3}{4}R$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

11 Solution 19학년도 수능 20번

A의 수평면으로부터 최고점까지의 높이 $\frac{v^2}{2g}=h$,

최고점까지 걸린 시간을 $t=\frac{v}{g}$로 두면

$H=\frac{16}{9}h$이므로

A는 h만큼 올라갔다 $\frac{25}{9}h$만큼 내려가므로

올라가는데 걸리는 시간은 t, 내려가는데 걸리는 시간은 $\frac{5}{3}t$

A가 H만큼 떨어지는데 걸리는 시간은

$$\sqrt{\frac{2H}{g}}=\frac{4}{3}\cdot\frac{v}{g}=\frac{4}{3}t$$

따라서 B가 수평면에서 L만큼 이동하는데 걸리는 시간은

$\frac{4}{3}t$이고

$$L=\frac{4}{3}vt=\frac{4v^2}{3g}$$

12 Solution 20학년도 수능 18번

우선, B에서 물체의 속력을 v라 하면

$$v=\sqrt{2g\cdot\frac{R}{2}}=\sqrt{gR}$$

속도의 수평 성분과 수직 성분은 각각 $\frac{1}{2}v$, $\frac{\sqrt{3}}{2}v$입니다.

물체가 B에서 C까지 포물선 운동하는 동안 속도의 수평 성분의 크기는 일정하므로, C에서 속도의 수평 성분과 수직 성분은 각각 $\frac{1}{2}v$, $\frac{1}{2\sqrt{3}}v$입니다.

ㄱ. 운동하는 데 걸린 시간을 t라 하면,

$$gt=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}v+\frac{1}{2\sqrt{3}}v\right)=\frac{2\sqrt{3}}{3}v$$

$v=\sqrt{gR}$이므로

$$t=2\sqrt{\frac{R}{3g}}$$

ㄴ. 물체가 B에서 C까지 포물선 운동하는 동안 속도의 수평 성분의 크기는 일정하므로

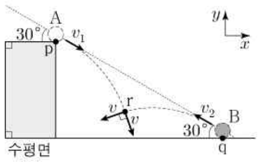
$$d=\frac{v}{2}\cdot t=\frac{\sqrt{gR}}{2}\cdot 2\sqrt{\frac{R}{3g}}=\frac{\sqrt{3}}{3}R$$

ㄷ. 최고점까지 운동하는 동안 평균 속도의 수직 성분은 $\frac{\sqrt{3}}{4}v$ 이고, 걸리는 시간은 $\frac{\sqrt{3}\,v}{2}/g$이므로 최고점의 높이는

$$\frac{\sqrt{3}}{4}v\cdot\frac{\sqrt{3}\,v}{2g}+\frac{R}{2}=\frac{3}{8}R+\frac{R}{2}=\frac{7}{8}R$$

13 21학년도 9월 20번

20. 그림과 같이 질량이 m으로 같은 물체 A, B가 각각 점 p, q에서 속력 v_1, v_2로 수평면과 30°의 각을 이루며 동시에 발사된 후, 포물선 운동을 하여 점 r에 동시에 도달한다. 이때 두 물체의 속력은 v로 같고, 운동 방향은 서로 수직이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, A, B는 동일 연직면에서 운동하며, 물체의 크기는 무시한다.)

<보 기>

ㄱ. r에서 A의 y방향 속도의 크기와 B의 x방향 속도의 크기가 같다.

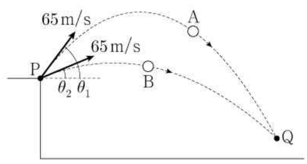
ㄴ. $\frac{v_2}{v_1}$는 $2+\sqrt{3}$이다.

ㄷ. 발사 순간 두 물체의 운동 에너지 합은 $\frac{2}{3}mv^2$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24 21학년도 수능 20번

20. 그림과 같이 점 P에서 공 A, B를 시간차 t를 두고 던졌을 때, A와 B는 각각 포물선 운동을 하여 점 Q에서 만난다. A, B는 수평 방향을 기준으로 각각 θ_1, θ_2의 각을 이루며 속력 65 m/s로 던져졌다. $\tan\theta_1 = \frac{4}{3}$이고 $\tan\theta_2 = \frac{5}{12}$이다.



t는? (단, 중력 가속도는 $10\,\text{m/s}^2$이고, A와 B의 크기는 무시한다.)

① $\frac{13}{2}$초 ② $\frac{13}{3}$초 ③ $\frac{13}{4}$초 ④ $\frac{13}{5}$초 ⑤ $\frac{13}{6}$초

13 Solution 21학년도 9월 20번

다시 봐도 ㄱ. 보기가 너무 큰 포인트

A의 x방향 속도의 크기를 v_x, y방향 속도의 크기를 v_y라 하면

속력이 같고 수직이므로

B의 x방향 속도의 크기는 v_y, y방향 속도의 크기는 v_x입니다.

이제 각 물체의 포물선 운동에서 x방향 속도의 크기는 일정하므로

발사되는 순간 각 물체의 y방향 속도의 크기를 구해보면

A는 $\frac{1}{\sqrt{3}}v_x$, B는 $\frac{1}{\sqrt{3}}v_y$이다.

이제 같은 시간 동안 같은 가속도를 받는 두 물체의 속도 변화량은 같으므로 (가속도가 y축 방향으로 작용하니 y방향 속도의 크기 변화만을 고려합니다)

$$v_y - \frac{1}{\sqrt{3}}v_x = v_x + \frac{1}{\sqrt{3}}v_y$$

따라서 $(\sqrt{3}-1)v_y = (\sqrt{3}+1)v_x$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_x}{v_y} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = 2+\sqrt{3}$$

발사 순간 두 물체의 운동 에너지 합은

$$\frac{1}{2}m\left(v_y^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}v_y\right)^2 + v_x^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}v_x\right)^2\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}m(v_x^2 + v_y^2) = \frac{2}{3}mv^2$$

$$\because v_x^2 + v_y^2 = v^2$$

14 Solution 21학년도 수능 20번

3:4:5, 5:12:13은 잘 알려진 피타고라스 수입니다.

A의 속도의 수평, 수직 성분은 39, 52

B의 속도의 수평, 수직 성분은 60, 25

A, B가 P에서 Q까지 이동한 변위가 같으므로

A가 포물선 운동한 시간을 $20t'$

B가 포물선 운동한 시간을 $13t'$

라고 할 수 있습니다.

이제 수직 방향 변위가 같으므로

$$52 \cdot 20t' - 5 \cdot (20t')^2 = 25 \cdot 13t' - 5 \cdot (13t')^2$$

$$t = 7t' = \frac{13}{3}$$