

# 수학 영역 (나 형)

홀수형

성명	
----	--

수험 번호						-				
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가 형/나 형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

너의 미소가 영원히 빛을 잃어 가지 않게

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

# 2021학년도 한달음 모의고사 나형 1회

## 한양대학교 수학교육과 소모임 한달음

출제위원 : 류원형, 박기태 (17학번)

최용진 (18학번)

고은서, 공창주, 김범석, 한상훈 (19학번)

심성국, 윤세인, 이가은, 홍어진 (20학번)

편집위원 : 고은서, 김범석, 한상훈

해설위원 : 공창주, 류원형, 한상훈

본 모의고사에 대한 저작권은 한양대학교 수학교육과 소모임 '한달음'에 있으며 저작권자의 허락 없이 복제, 각색하여 2차적 저작물 작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 금지됩니다.

한달음 모의고사에 대한 문의와 문제지 또는 해설지에 오류 및 오타를 발견하셨다면

카카오톡 오픈 채팅방 '<https://open.kakao.com/o/sRm320Fc>' (오른쪽 QR코드)

으로 문의바랍니다.

(한달음 메일 주소 : handaleum123@naver.com)



## 제 2 교시

## 수학 영역(나형)

한달음

## 5지선다형

1.  $\log_2 50 - 4\log_4 5$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,

$$S_n = n^2 + n$$

이다.  $a_7$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 6x - 9}{3 - x}$ 의 값은? [2점]

- ① -15      ② -12      ③ -9      ④ -6      ⑤ -3

4. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cup B^c) = \frac{1}{2}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{3}{8}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{5}{8}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{7}{8}$

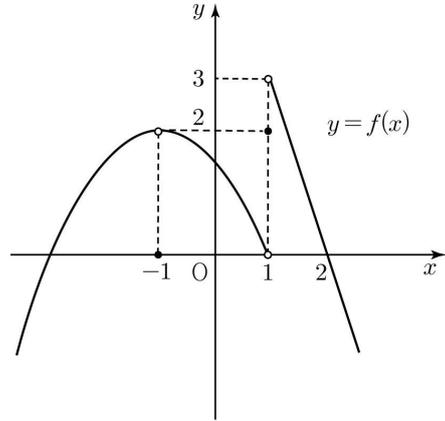
5. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(36, \frac{1}{3}\right)$ 을 따를 때,  $E(X^2)$ 의 값은? [3점]

- ① 144    ② 148    ③ 152    ④ 156    ⑤ 160

6.  $\left(x + \frac{a}{x^2}\right)^4$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수가 8일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 4

7. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 2    ② 3    ③ 4    ④ 5    ⑤ 6

8. 닫힌구간  $[0, 6]$  에서 함수  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 10$  의  
 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은? [3점]
- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

10.  $\int_1^3 x|x-2|dx$ 의 값은? [3점]
- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

9. 함수  $f(x) = x^3 - x + 7$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-h)}{2h}$ 의  
 값은? [3점]
- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

11. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로  $a, b$ 라 하자.  $a < b$ 일 때,  $a$ 가  $b$ 의 약수일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{4}{15}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{2}{5}$     ④  $\frac{7}{15}$     ⑤  $\frac{8}{15}$

12. 함수  $f(x)$ 가  $f(x) = 4x^2 + \int_{-1}^2 tf(t)dt$ 일 때,  $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 4    ②  $\frac{9}{2}$     ③ 5    ④  $\frac{11}{2}$     ⑤ 6

13. 원  $C$ 에 내접하는 삼각형  $ABC$ 가

$$\overline{AB} = 2, \quad \overline{BC} = 4, \quad \cos(\angle ABC) = -\frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, 원  $C$ 의 넓이는? [3점]

- ①  $6\pi$       ②  $\frac{32}{5}\pi$       ③  $\frac{34}{5}\pi$       ④  $\frac{36}{5}\pi$       ⑤  $\frac{38}{5}\pi$

14.  $0 \leq x < 12$ 일 때, 부등식

$$2\cos^2\frac{\pi}{3}x \leq 1 - \sin\frac{\pi}{3}x$$

를 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 개수는? [4점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

15. 확률변수  $X$ 는 정규분포  $N(m, 2^2)$ 를 따르고, 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수는  $f(x)$ 이다.

$$f(12) = f(a), \quad f(18) < f(12) < f(14)$$

일 때, 자연수  $m$ 에 대하여  $P(X \geq a+1)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단,  $a \neq 12$ ) [4점]

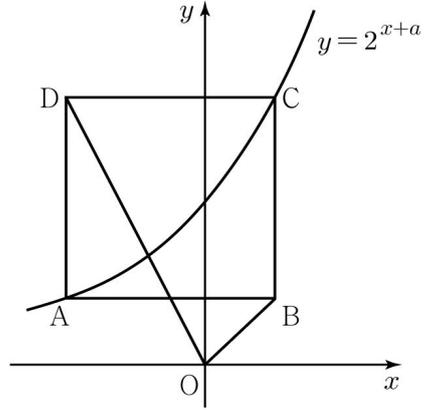
$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0668                      ② 0.1587
- ④ 0.6826                      ⑤ 0.8185

③ 0.3085

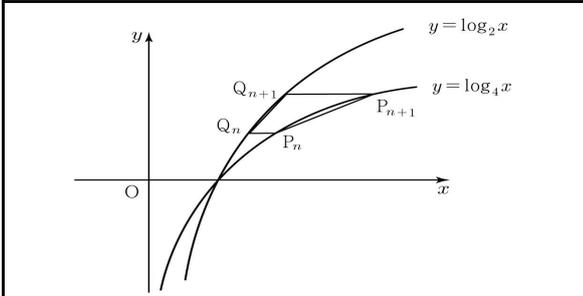
16. 그림과 같이 넓이가 4인 정사각형 ABCD에 대하여 두 점 A, C가 곡선  $y = 2^{x+a}$  ( $a$ 는 상수) 위에 있다.

직선 AB가  $x$ 축에 평행하고  $\overline{OD} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ 일 때, 선분 OB의 길이는? (단, O는 원점이고, 두 점 A, C는 각각 제 2사분면, 제 1사분면 위에 있다.) [4점]



- ①  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$     ②  $\frac{\sqrt{10}}{3}$     ③  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$     ④  $\frac{\sqrt{14}}{3}$     ⑤  $\frac{4}{3}$

17. 첫째항이 4이고 공비가 4인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 점  $P_n$ 을  $P_n(a_n, \log_4 a_n)$ 이라 하고 점  $P_n$ 을 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을  $Q_n$ 이라 하자. 다음은 사각형  $Q_n P_n P_{n+1} Q_{n+1}$ 의 넓이  $b_n$ 을 구하는 과정이다.



모든 자연수  $n$ 에 대하여 점  $P_n$ 을 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이  $y$ 축과 만나는 점을  $R_n$ 이라 할 때, 사각형  $Q_n P_n P_{n+1} Q_{n+1}$ 의 넓이는 사각형  $R_n P_n P_{n+1} R_{n+1}$ 의 넓이에서 사각형  $R_n Q_n Q_{n+1} R_{n+1}$ 의 넓이를 뺀 값과 같다. 점  $R_n$ 의  $y$ 좌표는  $\log_4 a_n$ 이므로

$$\overline{R_n R_{n+1}} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 사각형  $R_n P_n P_{n+1} R_{n+1}$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \boxed{\text{(가)}} \times (a_n + a_{n+1})$$

이고, 점  $Q_n$ 의  $x$ 좌표는  $\boxed{\text{(나)}}$ 이므로

사각형  $R_n Q_n Q_{n+1} R_{n+1}$ 의 넓이는

$$\frac{3}{2} \times \boxed{\text{(가)}} \times \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 따라서 사각형  $Q_n P_n P_{n+1} Q_{n+1}$ 의 넓이  $b_n$ 은

$$b_n = 2^{n-1} \times \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $p$ , (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 할 때,  $p + \frac{f(6)}{g(4)}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{11}{7}$     ②  $\frac{18}{11}$     ③  $\frac{131}{77}$     ④  $\frac{136}{77}$     ⑤  $\frac{141}{77}$

18. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 모든 함수  $f$  중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가)  $f(1) \leq f(2) \leq f(4)$

(나)  $f(3) \leq f(1)f(2)$

- ①  $\frac{13}{64}$     ②  $\frac{7}{32}$     ③  $\frac{15}{64}$     ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{17}{64}$

19. 시각  $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = t^3 - 9t^2 + 14t, \quad v_2(t) = 3t^2 - 34t$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q의 가속도가 시각  $t=a$ 에서 처음으로 같아질 때,  $t=0$ 부터  $t=a$ 까지 점 P가 이동한 거리는? [4점]

- ① 26      ② 28      ③ 30      ④ 32      ⑤ 34

20. 함수  $f(x) = \begin{cases} |x-2| & (|x-2| \leq 2) \\ -|x-2| & (|x-2| > 2) \end{cases}$  와 최고차항의

계수가 음수이고 최댓값이  $M$ 인 이차함수  $g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 함수  $g \circ f$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(x) = g(-x)$ 이다.  
 ㄴ. 함수  $f \circ g$ 가  $x = \alpha$ 에서 불연속인 모든 실수  $\alpha$ 의 개수가 2일 때,  $M \leq 2$ 이다.  
 ㄷ. 함수  $f \circ g$ 가  $x = \beta$ 에서 불연속인 실수  $\beta$ 가 모두 자연수이고 합이 10일 때,  $M$ 의 최댓값은  $\frac{9}{2}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 첫째항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & (a_n \geq 1) \\ \{3+(-1)^{a_1}\}^{n-2} & (a_n < 1) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_m = 1$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 의 최솟값이 9가 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 300    ② 310    ③ 320    ④ 330    ⑤ 340

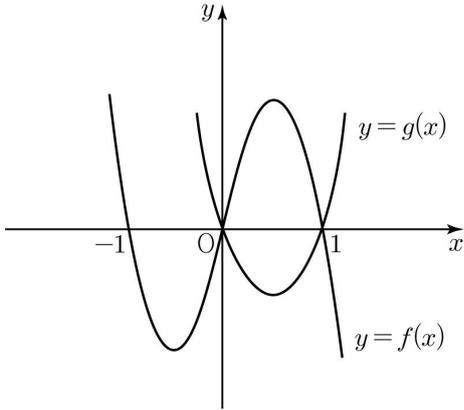
**단답형**

22.  ${}_4H_5 + {}_6H_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 4$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수  $f(x) = a \sin\{b(x + \pi)\}$ 의 주기가  $\pi$ 이고, 곡선  $y = f(x)$ 가 점  $\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right)$ 을 지날 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $b > 0$ ) [3점]
25. 어느 고속도로에서 이동하는 자동차가 지점 A에서 출발하여 지점 B에 도착할 때까지 소요시간은 평균이  $m$ , 표준편차가  $\sigma$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고속도로를 이동하는 자동차 49대를 임의추출하여 구한 소요시간의 표본평균이 56일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $19a \leq m \leq 21a$  이었다.  $10a + \sigma$ 의 값을 구하시오.  
(단, 소요시간의 단위는 분이고,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]
26. 상수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x) = -x^3 + 8x^2 + kx$ 에서  $x$ 의 값이 0에서  $a$  ( $a > 0$ ) 까지 변할 때의 평균변화율의 최댓값은 3이고 이때  $a$ 의 값을  $a_1$ 이라 하자.  $a_1 - f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 두 함수  $f(x) = -3x(x-1)(x+1)$  와  $g(x) = ax(x-1)$  에 대하여  $x \geq 0$  에서 두 곡선  $y = f(x)$  와  $y = g(x)$  로 둘러싸인 부분의 넓이가 곡선  $y = -g(x)$  에 의하여 이등분될 때, 양수  $a$  의 값은  $\frac{q}{p}$  이다.  $p+q$  의 값을 구하시오. (단,  $p$  와  $q$  는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 첫째항이 4 이고 공차가 정수인 등차수열  $\{a_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$  이라고 하자.  $-6 \leq S_n \leq 4$  를 만족시키는 자연수  $n$  의 최댓값이 6 일 때,  $\sum_{n=1}^6 S_n$  의 값을 구하시오. [4점]

29. 일렬로 12개의 칸이 있는 진열대에 다섯 종류의 인형 A, B, C, D, E를 이 순서대로 왼쪽부터 넣으려고 한다. 한 칸에는 한 개의 인형만 넣을 수 있고 빈칸이 없도록 넣을 때, 다음 조건을 만족시키도록 인형을 진열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 다섯 종류의 인형을 모두 진열해야 하고 인형은 종류별로 충분히 있다.) [4점]

- (가) 7번째 칸에 인형 C가 있다.  
 (나) 인형 A의 개수와 인형 D의 개수의 합은 4 이상이다.  
 (다) 인형 B의 개수와 인형 E의 개수의 합은 4 이상이다.

30. 최고차항의 계수가 1이고 상수항이 정수인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수  $t$ 에 대하여 방정식

$$f(x) = f(t)$$

- 의 모든 실근의 합을  $g(t)$ 라 할 때, 함수  $g(t)$ 는  $t=0$ 과  $t=4$ 에서 불연속이다. 닫힌구간  $[0, 4]$ 에서 방정식  $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든  $f(0)$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.



※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.