

대학수학능력시험 9월 모의평가 주요문항 해설

15

21학년도 9월 15번

Solution

비례식의 향연

15. 그림 (가)는 자동차 A, B가 각각 일정한 속력 v_A , v_B 로 동일 직선상에서 같은 방향으로 운동하는 모습을, (나)는 (가)에서 B가 음파 측정기를 향하여 속력 v_B 로 운동하는 모습을 나타낸 것이다. A, B는 각각 진동수 f_0 , $2f_0$ 인 음파를 발생시키며, 동일 직선상에 있는 음파 측정기에서 측정한 A, B의 음파의 진동수는 각각 f_A , f_B 이다. 표는 (가)와 (나)에서 $f_A : f_B$ 를 나타낸 것이다.

| | | |
|-----|--|-------------|
| (가) | | $f_A : f_B$ |
| (가) | | 1 : 1 |
| (나) | | |
| (나) | | 3 : 4 |

$v_A : v_B$ 는? (단, 음속은 일정하다.)

- ① 3:2 ② 2:1 ③ 5:2 ④ 3:1 ⑤ 7:2

(가)와 (나)에서 f_A 는 서로 같으므로

$$(가)에서 f_A : f_B = 1 : 1 = 3 : 3$$

따라서 (가)에서의 f_B 와 (나)에서의 f_B 의 비는 3 : 4

음속을 v 라 하면

$$(가)에서의 f_B = \frac{v}{v + v_B} 2f_0$$

$$(나)에서의 f_B = \frac{v}{v - v_B} 2f_0$$

$$\text{따라서 } \frac{v - v_B}{v + v_B} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

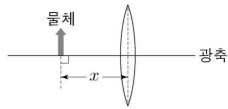
$$v_B = \frac{1}{7}v$$

$$\text{이제 (가)로부터 } \frac{v}{v - v_A} f_0 = \frac{v}{v + v_B} 2f_0 \text{이므로}$$

$$v_A = \frac{3}{7}v$$

$$\therefore v_A : v_B = 3 : 1$$

16. 그림과 같이 볼록 렌즈의 중심으로부터 거리 x 만큼 떨어진 지점에 물체를 놓는다. 표는 x 에 따른 물체의 상의 종류와 크기를 나타낸 것이다.



| x (cm) | 상의 종류 | 상의 크기(cm) |
|----------|-------|-----------|
| 10 | 정립 허상 | 6 |
| 20 | 도립 실상 | 6 |
| 30 | 도립 실상 | ㉠ |

㉠은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

렌즈 공식으로부터, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a-f}{af}$$

$$m = \frac{b}{a} = \frac{f}{a-f}$$

$a = 10$ 과 $a = 20$ 에서 배율이 같으므로

$$\frac{f}{-(10-f)} = \frac{f}{20-f}$$

(허상의 배율은 -부호를 갖는다)

$$\therefore f = 15$$

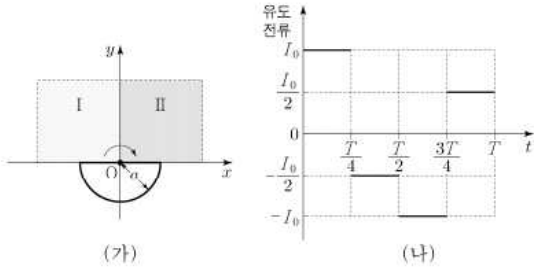
$x = 10$ 과 $x = 20$ 에서의 배율이 3으로 같으므로

물체의 크기는 2 cm이고

$x = 30 = 2f$ 이므로 배율이 1임을 바로 알 수 있다.

따라서 ㉠은 2

18. 그림 (가)는 균일한 자기장 영역 I, II를 포함한 xy 평면상에서 저항이 R 이고 반지름이 a 인 반원형 도선이 원점 O 를 중심으로 시계 방향으로 일정한 각속도로 회전할 때, 시간 $t=0$ 인 순간의 모습을 나타낸 것이다. 그림 (나)는 (가)의 도선이 회전하는 동안 도선에 흐르는 유도 전류를 t 에 따라 나타낸 것이다. I, II에서 자기장의 방향은 xy 평면에 수직이고, 도선의 회전 주기는 T 이다. 시계 방향으로 흐르는 유도 전류의 방향은 양(+)이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 도선의 두께와 외부 자기장은 무시한다.) [3점]

- <보기>
- ㄱ. I 과 II에서 자기장의 방향은 서로 반대이다.
 - ㄴ. II에서 자기장의 세기는 $\frac{I_0 RT}{2\pi a^2}$ 이다.
 - ㄷ. 도선이 한 바퀴 회전하는 동안 도선에서 소비되는 전기 에너지는 $\frac{5}{8} I_0^2 RT$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

우선 $t=0$ 부터 $t = \frac{T}{4}$ 까지 자기장 영역 I에서 도선이 움직이고, $t = \frac{T}{4}$ 부터 $t = \frac{T}{2}$ 까지는 자기장 영역 I에서의 넓이 변화는 없고 자기장 영역 II에서만 움직임을 확인하자.

ㄱ. $t=0$ 부터 $t = \frac{T}{4}$ 까지의 유도 전류의 방향과

$t = \frac{T}{4}$ 부터 $t = \frac{T}{2}$ 까지의 유도 전류의 방향이 반대이므로 자기장의 방향은 서로 반대이다.

ㄴ. $t = \frac{T}{4}$ 부터 $t = \frac{T}{2}$ 까지 도선에 흐르는 전류의 세기는 $\frac{I_0}{2}$.

페러데이 법칙에서 $V = \frac{I_0}{2} R = -N \frac{d\Phi}{dt} = B \frac{dS}{dt}$ (부호는 생략)

이제 $S = \frac{1}{2} a^2 \theta$ 에서 $\frac{d\theta}{dt} = \omega = \frac{2\pi}{T}$ 이므로

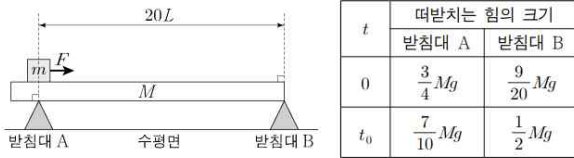
$$\frac{I_0}{2} R = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{T} a^2 B_2$$

정리하면 $B_2 = \frac{I_0 RT}{2\pi a^2}$

ㄷ. 전력은 $IV = I^2 R$, 소모되는 전기 에너지는 $W = Pt$ 따라서 전부 제곱해서 시간을 곱해 더해주면

$$\frac{5}{8} I_0^2 RT$$

19. 그림과 같이 간격이 $20L$ 인 두 받침대 A, B 위에 질량 m 인 물체와 질량 M 인 균일한 밀도의 막대가 수평을 이루며 정지해 있고, A와 물체는 같은 연직선상에 있다. 시간 $t=0$ 일 때 정지해 있던 물체가 수평 방향의 일정한 힘 F 를 받아 막대 위를 움직이기 시작한다. 표는 $t=0, t_0$ 일 때, A, B가 막대를 떠받치는 힘의 크기를 나타낸 것이다.



F 의 크기는? (단, 중력 가속도는 g 이며, 막대의 두께와 폭, 물체의 크기와 모든 마찰은 무시한다.) [3점]

- ① $\frac{ML}{t_0^2}$
- ② $\frac{3ML}{2t_0^2}$
- ③ $\frac{2ML}{t_0^2}$
- ④ $\frac{5ML}{2t_0^2}$
- ⑤ $\frac{3ML}{t_0^2}$

무게 배분을 생각하면서,

$t=0$ 일 때 받침대 B가 막대를 떠받치는 힘의 크기(반력)은

$$\frac{9}{20}Mg \text{이므로 나머지 } \frac{11}{20}Mg \text{는 A의 반력이 된다.}$$

$t=0$ 일 때 A의 반력은 질량이 m 인 물체와 배분된 막대의 무게와 같으므로

$$m = \frac{1}{5}M$$

(여기서 $M=5m$ 으로 할지 이렇게 할지 고민되지만, 보기를 살짝 보면 어떻게 해야할지 보인다.)

이제 $t=t_0$ 일 때, B의 반력은 배분된 질량 m 인 물체의 무게와 배분된 막대의 무게와 같으므로

배분된 질량 m 인 물체의 무게를 W 로 잠깐 두면

$$\frac{1}{2}Mg = W + \frac{9}{20}Mg$$

$$\text{따라서 } W = \frac{1}{20}Mg = \frac{1}{4}mg$$

즉, 무게 배분이 3:1로 되었음을 확인할 수 있고

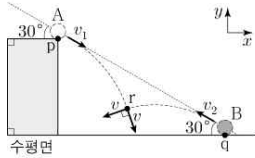
따라서 $t=t_0$ 일 때 질량이 m 인 물체는 받침대 A로부터 $5L$ 만큼 떨어진 지점을 지나가야 한다.

이제 마무리하면

$$\frac{1}{2} \frac{5F}{M} t_0^2 = 5L$$

$$\text{따라서 } F = \frac{2ML}{t_0^2}$$

20. 그림과 같이 질량이 m 으로 같은 물체 A, B가 각각 점 p, q에서
속력 v_1, v_2 로 수평면과 30° 의 각을 이루며 동시에 발사된 후,
포물선 운동을 하여 점 r에 동시에 도달한다. 이때 두 물체의 속력은
 v 로 같고, 운동 방향은 서로 수직이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른
것은? (단, A, B는 동일 연직면에서 운동하며, 물체의 크기는 무시한다.)

< 보 기 >

ㄱ. r에서 A의 y 방향 속도의 크기와 B의 x 방향 속도의 크기가 같다.

ㄴ. $\frac{v_2}{v_1}$ 는 $2 + \sqrt{3}$ 이다.

ㄷ. 발사 순간 두 물체의 운동 에너지 합은 $\frac{2}{3}mv^2$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

다시 봐도 ㄱ. 보기가 너무 큰 포인트

A의 x 방향 속도의 크기를 v_x , y 방향 속도의 크기를 v_y 라 하면
속력이 같고 수직이므로

B의 x 방향 속도의 크기는 v_y , y 방향 속도의 크기는 v_x 이다.

이제 각 물체의 포물선 운동에서 x 방향 속도의 크기는 일정하
므로

발사되는 순간 각 물체의 y 방향 속도의 크기를 구해보면

A는 $\frac{1}{\sqrt{3}}v_x$, B는 $\frac{1}{\sqrt{3}}v_y$ 이다.

이제 같은 시간동안 같은 가속도를 받는 두 물체의 속도 변화
량은 같으므로 (가속도가 y 축 방향으로 작용하니 y 방향 속도의
크기 변화만을 고려한다)

$$v_y - \frac{1}{\sqrt{3}}v_x = v_x + \frac{1}{\sqrt{3}}v_y$$

따라서 $(\sqrt{3}-1)v_y = (\sqrt{3}+1)v_x$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_x}{v_y} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = 2 + \sqrt{3}$$

발사 순간 두 물체의 운동 에너지 합은

$$\frac{1}{2}m \left(v_y^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}v_y \right)^2 + v_x^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}v_x \right)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} m (v_x^2 + v_y^2) = \frac{2}{3}mv^2$$

$$\therefore v_x^2 + v_y^2 = v^2$$