

# [권구승/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학(가형) 연습 (2/4) |

## | 권구승 (서울대)

이강학원(대치, 분당), 이투스앤써.

몇 번을 공부해도 힘든 순간은 똑같이 찾아와요.  
준버 끝에 합격이 올 겁니다. 인생은 준버.

## | 한성은 (POSTECH 수학과)

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY

재학생 : 내년에 열심히 하자.

재수생 : 남들도 망하고 있겠지?

[hansungeun.com](http://hansungeun.com)

- 저자소개, 학습자료, 교재판매

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역(가형)

1

5지선다형

1.  $\tan \frac{5}{4}\pi$ 의 값은? [2점]

- ① -4                      ② -2                      ③ -1  
④ 1                         ⑤ 2

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                         ③  $\frac{3}{2}$   
④ 2                         ⑤  $\frac{5}{2}$

3.  $3^a = 2$ 일 때,  $9^{a+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 36                      ② 32                      ③ 28  
④ 24                      ⑤ 20

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(B|A) = P(A), \quad P(A \cup B) = \frac{5}{9}$$

일 때,  $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$                       ②  $\frac{2}{9}$                       ③  $\frac{1}{3}$   
④  $\frac{4}{9}$                       ⑤  $\frac{5}{9}$

# 2

# 수학 영역(가형)

5. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{2n^2 - n}{n+5} < a_n < \frac{2n^2 + n}{n+4}$$

를 만족시킨다.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

6. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 = 22, a_{15} = -18$$

이고, 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 할 때,  $S_n$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 160                      ② 170                      ③ 180  
④ 190                      ⑤ 200

7. 이산확률변수  $X$ 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = kx - \frac{1}{8} \quad (x=1, 2, 3, 4)$$

일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{10}$                       ②  $\frac{3}{20}$                       ③  $\frac{1}{5}$   
④  $\frac{1}{4}$                       ⑤  $\frac{3}{10}$

8. 방정식  $\log_2 x \times \log_2 5x = \log_2 10$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라고 할 때,  $\alpha\beta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{5}$                       ②  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       ③ 1  
 ④  $\sqrt{5}$                       ⑤ 5

10. 곡선  $x^3 - y^3 + axy + b = 0$  위의 점  $(0, -1)$ 에서의 접선의 기울기가 3일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① -8                      ② -9                      ③ -10  
 ④ -11                      ⑤ -12

9. 세 문자 A, B, C에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열할 때, 첫 번째 자리와 마지막 자리의 문자가 서로 다른 경우의 수는? [3점]

- ① 153                      ② 156                      ③ 159  
 ④ 162                      ⑤ 165

11.  $(x^2+1)\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수는? [3점]

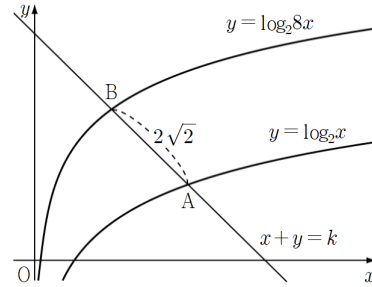
- ① 15                      ② 20                      ③ 25  
 ④ 30                      ⑤ 35

12. 곡선  $y=\ln x$ 와 이 곡선 위의 점  $(e, 1)$ 에서의 접선 및  $x$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{e-3}{2}$                       ②  $\frac{e-2}{2}$                       ③  $\frac{e}{2}$   
 ④  $\frac{e+1}{2}$                       ⑤  $\frac{e+2}{2}$

13. 첫째항이 1, 공비가  $\frac{1}{2}$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 할 때,  $\sum_{n=1}^5 \frac{S_n}{a_n}$ 의 값은? [3점]
- ① 49                      ② 51                      ③ 53  
 ④ 55                      ⑤ 57

14. 그림과 같이 두 곡선  $y = \log_2 x$ ,  $y = \log_2 8x$ 가 직선  $x + y = k$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.  $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때,  $k$ 의 값은? [4점]

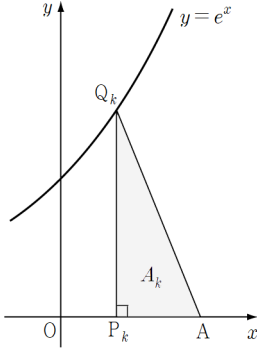


- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
 ④ 6                      ⑤ 7

# 6

# 수학 영역(가형)

15. 그림과 같이 곡선  $y=e^x$ 와 점  $A(1, 0)$ 이 있다. 선분  $OA$ 를  $n$ 등분한 점을 차례로  $P_0(=O), P_1, P_2, \dots, P_n(=A)$ 라 하자. 점  $P_k$ 를 지나고  $x$ 축과 수직인 직선이 곡선  $y=e^x$ 와 만나는 점을  $Q_k$ , 삼각형  $AP_kQ_k$ 의 넓이를  $A_k$ 라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} A_k$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{e-2}{2}$       ②  $\frac{e-1}{2}$       ③  $\frac{e}{2}$
- ④  $\frac{e+1}{2}$       ⑤  $\frac{e+2}{2}$

16. 실수 전체의 집합에서 연속인 도함수를 갖는 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(1)=1, f(2)=4$   
 (나)  $\int_0^{\ln 2} f'(e^x)dx = 4$

$\int_{\frac{1}{2}}^1 f\left(\frac{1}{x}\right)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 2                      ②  $\frac{5}{2}$                       ③ 3
- ④  $\frac{7}{2}$                       ⑤ 4



17. 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

일 때, 다음은 2 이상인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} = n(a_n - 1) \dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i)  $n=2$ 일 때 (좌변)  $= a_1 = 1$ ,  
 (우변)  $= 2(a_2 - 1) = 1$ 이므로 (\*)이 성립한다.

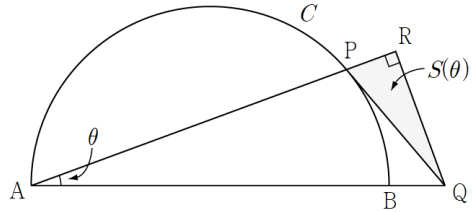
(ii)  $n=k$ 일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면  
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{k-1} = k(a_k - 1)$   
 이다.  $n=k+1$ 일 때  
 $a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1} + a_k = k(a_k - 1) + a_k$   
 $= \boxed{(\text{가})} a_k - k$   
 $= \boxed{(\text{가})} (a_{k+1} - \boxed{(\text{나})}) - k$   
 $= \boxed{(\text{가})} (a_{k+1} - 1)$   
 이다. 따라서  $n=k+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 이라

할 때,  $\frac{f(5)}{g(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① 22                      ② 24                      ③ 26  
 ④ 28                      ⑤ 30

18. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 C와 반원의 호 위의 점 P가 있다. 반원 C 위의 점 P에서의 접선과 선분 AB의 연장선이 만나는 점을 Q, 점 Q에서 선분 AP의 연장선 위에 내린 수선의 발을 R이라 하고,  $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
 ④ 2                      ⑤ 4

19. 주머니에 1, 1, 2, 2, 3, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀있는 수를  $a, b, c$ 라 할 때,  $a \leq b \leq c$ 일 확률은?  
[4점]

- ①  $\frac{1}{15}$                       ②  $\frac{2}{15}$                       ③  $\frac{1}{5}$   
④  $\frac{4}{15}$                       ⑤  $\frac{1}{3}$

20. 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x) = e^{f(x)}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x+2) - g(x-2)}{x-2} = 2e^2$$

(나) 함수  $g(x)$ 의 최솟값은  $e$ 이다.

$f(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 19                      ② 17                      ③ 15  
④ 13                      ⑤ 11

21.  $x > 0$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = a(x-b)(x-k) + \frac{k}{x} \quad (\text{단, } a \neq 0, k > 1)$$

의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때, 함수

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$g'(k) + \frac{3}{2} = 0$ 일 때,  $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2  
 ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

단답형

22.  ${}_3H_7$ 의 값을 구하여라. [3점]

23. 확률변수  $X$ 에 대하여  $E(2X) = 8$ ,  $E(X^2) = 18$ 일 때,  
 $V(2X)$ 의 값을 구하여라. [3점]

24. 함수  $f(x) = 3\sin ax + b$ 는 주기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 주기함수이고,

최댓값은 5, 최솟값은  $m$ 이다.  $a+b+m$ 의 값을 구하여라. (단,  $a$ 는 양수이다.) [3점]

25. 확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때,

$$P(X \leq 30) = P(X \geq 52)$$

가 성립한다.  $P(a \leq X \leq a+16)$ 의 값이 최대가 되도록 하는 실수  $a$ 의 값은? [3점]

26. 모든 항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(a_{n+1} + a_n)^2 = 4a_n a_{n+1} + 1$$

이 성립한다.  $a_1 = a_7 = 1$ 일 때,  $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 최댓값과

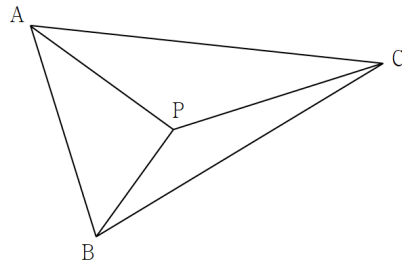
최솟값의 합을 구하여라. [4점]

27. 어느 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게는 평균이  $m$ , 표준편차가  $\sigma$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 16개를 임의추출하여 얻은 표본평균은  $\bar{x}$ 이고, 이를 이용하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균  $m$ 에 대한 신뢰구간은  $a \leq m \leq b$ 이다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 64개를 다시 임의추출하여 얻은 표본평균은  $\bar{x}+4$ 이고, 이를 이용하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균  $m$ 에 대한 신뢰구간은  $c \leq m \leq d$ 이다.  $d=b$ 일 때,  $\sigma$ 의 값을 구하여라.  
(단,  $P(-2 \leq Z \leq 2) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

28.  $\overline{AB}=5$ 인 삼각형 ABC의 내부의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{PA}=4$ ,  $\overline{PB}=3$ ,  $\overline{PC}=5$ 이다.  
(나) 두 삼각형 ACP, BCP의 넓이를 각각  $S_1$ ,  $S_2$ 라 하면  $9S_1 = 16S_2$ 이다.

$\overline{AC}^2$ 의 값을 구하여라. [4점]



29. 부등식  $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq 6$ 을 만족시키는  
정수  $x_1, x_2, x_3, x_4$ 의 모든 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$   
중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍이

$$x_1 < x_2 \text{ 또는 } x_3 < x_4$$

를 만족시킬 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라. [4점]

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 가  
다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$$

(나) 방정식  $f(f(x)) = f(x)$ 의 모든 실근이  
 $-1, 0, a, b, c$ 이다. (단,  $0 < a < b < c$ )

$f(-8) \times \int_0^3 f(x)|f'(f(x))f'(x)|dx$ 의 값을 구하여라. [4점]

[권구승/한성은 모의고사]  
수능(가형) 연습(2/4) 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	④	02	③	03	①	04	①	05	②
06	⑤	07	②	08	①	09	④	10	③
11	⑤	12	②	13	⑤	14	④	15	①
16	③	17	⑤	18	④	19	④	20	②
21	②	22	36	23	8	24	5	25	33
26	26	27	16	28	65	29	11	30	242

## COMMENT 13

$S_n = \frac{2^n - 1}{2^{n-1}}$ ,  $\frac{S_n}{a_n} = 2^n - 1$ 이다. 다섯 개 정도는 그냥 구해도 되지만.

## COMMENT 14

직선의 기울기가  $-1$ 이므로  $A(a, \log_2 a)$  라 하면  $B(a-2, \log_2 a + 2)$ 이다.

## COMMENT 16

(나)의 정적분에서  $e^x = t$ 로 치환하면  $\int_1^2 \frac{f'(t)}{t} dt = 4$ 이다.

구하는 정적분  $\int_{\frac{1}{2}}^1 f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ 에서  $\frac{1}{x} = t$ 로 치환하면  $\int_1^2 \frac{f(t)}{t^2} dt$ 이다.

부분적분같이 균요.  $\int_1^2 \frac{f'(t)}{t} dt = \left[\frac{f(t)}{t}\right]_1^2 + \int_1^2 \frac{f(t)}{t^2} dt$ 이다.

## COMMENT 17

$$f(k) = k+1, \quad g(k) = \frac{1}{k+1}$$

## COMMENT 18

$$\overline{AQ} = 1 + \frac{1}{\cos 2\theta}, \quad \overline{PR} = \overline{AR} - \overline{AP} = \left(1 + \frac{1}{\cos 2\theta}\right) \times \cos \theta - 2 \cos \theta, \quad \overline{QR} = \left(1 + \frac{1}{\cos 2\theta}\right) \times \sin \theta \text{이므로}$$

$$S(\theta) = \frac{\cos \theta (\cos 2\theta + 1)}{2 \cos^2 2\theta} \times \sin \theta (1 - \cos 2\theta) \text{이다.}$$

## COMMENT 19

모두 다른 공으로 봐야 한다. 전체 경우의 수는  $6 \times 5 \times 4$ 이다.

사건의 경우의 수는  $a < b < c$ 인 경우의 수가  $2^3 = 8$ 이고

$a, b, c$  중 어느 두 수가 같은 경우의 수가  ${}_3C_2 \times 2 \times 2^2 = 32$ 이다.

## COMMENT 20

$g(0) = g(4)$ 이므로  $f(0) = f(4)$ ,  $f(x) = a(x-2)^2 + b$ 이다.  $f(x)$ 의 최솟값이 1이므로  $f(x) = a(x-2)^2 + 1$ 이다.

(가)의 극한값에서  $8ae^{4a+1} = 2e^2$ 이고  $a = \frac{1}{4}$  각이다.  $f(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 1$ 이다.



## COMMENT 21

미분가능이므로  $f(k) = g(k)$ ,  $f'(k) = g'(k)$ 이다.

$f(k) = 1$ 이므로  $g(k) = 1$ ,  $f(1) = k$ 이므로  $b = 1$ 이다.

$$g'(k) = \frac{1}{f'(1)} = -\frac{3}{2} \text{에서 } a(1-k) - k = -\frac{2}{3}$$

$$f'(k) = g'(k) = \frac{1}{f'(1)} \text{에서 } a(k-1) - \frac{1}{k} = -\frac{3}{2}$$

이다. 연립하여 풀면  $k = \frac{3}{2}$ ,  $a = -\frac{5}{3}$ 이다.

## COMMENT 28

$\angle APC = \theta$ 라 하면  $S_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \sin\theta = 10\sin\theta$ ,  $S_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) = -\frac{15}{2}\cos\theta$ 이다.

$9S_1 = 16S_2$ 에서  $-4\cos\theta = 3\sin\theta$ 이므로  $\tan\theta = -\frac{4}{3}$ ,  $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ 이다. 삼각형 ACP에서 코사인 쳐라.

## COMMENT 29

$1 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는  ${}_6H_4$ 이다.

$1 \leq x_1 < x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는  ${}_5H_4$ 이다.

$\Rightarrow 1 \leq x_1 \leq (x_2 - 1) \leq (x_3 - 1) \leq (x_4 - 1) \leq 5$ 로 보고 구하면 개꿀.

$1 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 < x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는  ${}_5H_4$ 이다.

$1 \leq x_1 < x_2 \leq x_3 < x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는  ${}_4H_4$ 이다.

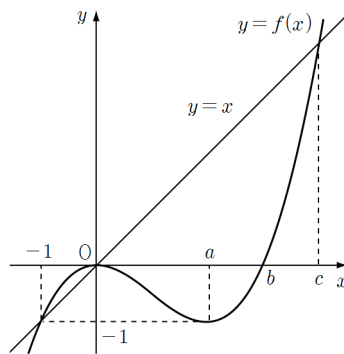
구하는 값은  $\frac{{}_5H_4 + {}_5H_4 - {}_4H_4}{{}_6H_4} = \frac{5}{6}$ 이다.

## COMMENT 30

(가)에서  $f(x)$ 는  $x^2$ 으로 나누어 떨어진다.  $f(x) = kx^2(x-a)$ 라 하자.

방정식  $f(f(x)) = f(x)$ 를 다루는 방법은 어디 가서 배워라.

아래 그래프를 췌려보면  $f(-1) = -1$ 이고  $f(x)$ 의 극솟값이  $-1$ 이다.



$0 \leq x \leq 3$ 에서  $f(x) \leq 0$ 이므로  $f'(f(x)) \geq 0$ 이다.  $0 \leq x \leq 2$ 에서  $f'(x) \leq 0$ ,  $2 \leq x \leq 3$ 에서  $f'(x) \geq 0$ 이므로

$$\int_0^3 f(x)|f'(f(x))f'(x)|dx = -\int_0^2 f(x)f'(f(x))f'(x)dx + \int_2^3 f(x)f'(f(x))f'(x)dx$$

이다. 두 정적분에서  $f(x) = t$ 로 치환하면  $\int_0^3 f(x)|f'(f(x))f'(x)|dx = 2 \int_{-1}^0 tf'(t)dt$ 이다. 부분적분 때리면

$$\int_0^3 f(x)|f'(f(x))f'(x)|dx = 2 \int_{-1}^0 tf'(t)dt = -\frac{11}{8}$$

이다.  $f(-8) = -176$ 이므로 답은 242이다.