

수학 영역 (가형)

성명		수험 번호																		
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

더욱더 의지 삼고 피어 형클어진 인정의 꽃밭에서

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

출제진

박준범
최용진
류원형
박기태
김재환
노민지
임현진
김영준

검토진

권민준
김현규
이한석
박기태

한글음

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선 다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\ln(1+2x)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. 두 벡터 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-3, c)$ 가 서로 수직일 때, $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

3. $\tan^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{3}{10}, P(A^c \cup B) = \frac{2}{5}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

2

수학 영역(가형)

5. $(x+a)^8$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 x^5 의 계수의 4배일 때, 자연수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 구 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + a = 0$ 이 평면 $x + 2y + 2z = 1$ 에 접할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

7. 함수 $f(x) = 2^{-x+a} + b$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 그래프가 점 $(2, 1)$ 에서 만난다. $f(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

8. 어느 방송국에서 진행하고 있는 프로그램의 녹화 시간은 평균이 5, 표준편차가 3인 정규분포를 따른다고 한다. 이 방송국에서 진행하고 있는 프로그램들 중에서 9개를 임의추출하여 구한 녹화 시간에 대한 표본평균을 \bar{X} 라 하자.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

$P(3 \leq \bar{X} \leq 6)$ 의 값을 오른쪽 표준 정규분포표를 이용하여 구한 것은?

[3점]

- ① 0.8185 ② 0.8351 ③ 0.9104 ④ 0.9544 ⑤ 0.9710

10. 곡선 $xe^{x+y} + y^2 = 2$ 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, ab 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

9. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 두 곡선 $y = 2|\cos x|$, $y = \frac{4-2\cos x}{3}$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{4}{3} \left(\frac{1}{3}\pi - 2 + \sqrt{3} \right)$ ② $\frac{4}{3} \left(\frac{1}{3}\pi - 3 + \sqrt{3} \right)$
 ③ $\frac{4}{3} \left(\frac{2}{3}\pi - 3 + \sqrt{3} \right)$ ④ $\frac{8}{3} \left(\frac{1}{3}\pi - 3 + \sqrt{3} \right)$
 ⑤ $\frac{8}{3} \left(\frac{2}{3}\pi - 3 + \sqrt{3} \right)$

11. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. $t \geq 0$ 인 실수 t 에 대하여 $x=0$ 에서 $x=t$ 까지의 곡선 $y=f(x)$ 의 길이가 $f(t)-e^{-t}$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{e^2+1}{4e}$

② $\frac{e^2+1}{2e}$

③ $\frac{e^2-1}{2e}$

④ $\frac{e^2-1}{4e}$

⑤ $\frac{e^2-1}{8e}$

12. 함수 $f(x) = x \sin x$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_n = \int_{(n-1)\pi}^{n\pi} |f(x)| dx$$

라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n}}{n}$ 의 값은? [3점]

① π

② 2π

③ 4π

④ 8π

⑤ 16π

13. 좌표공간에 점 $A(0, 3\sqrt{3}, 3)$ 과 정사면체 $OABC$ 가 있다. 점 B 는 z 축 위에 있고 점 C 의 x 좌표는 양수이다. 삼각형 ABC 를 포함하는 평면은 점 $(a, 0, 0)$ 을 지날 때, a 의 값은? (단, O 는 원점이다.)
[3점]

- ① $3\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ 6 ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

14. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \frac{2x-4}{x^2-4x+8}$ 일 때, 부등식

$$(x-k)\{f(x)-m(x-k)\} \leq 0$$

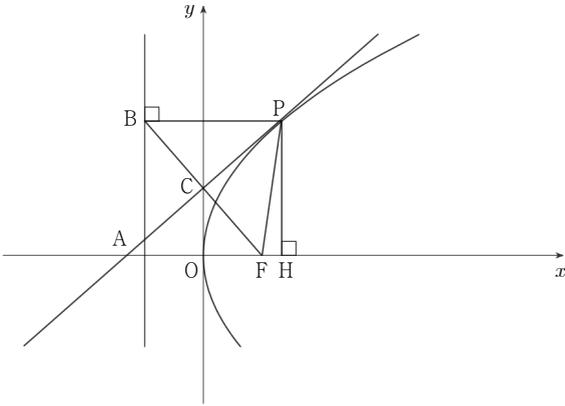
이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 하는 실수 m 의 최솟값은?
(단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

6

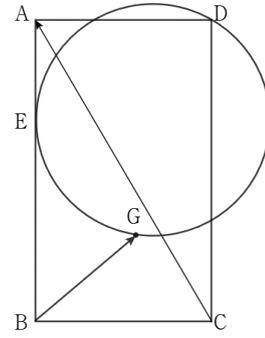
수학 영역(가형)

15. 그림과 같이 좌표평면에 점 F를 초점으로 하는 포물선 $y^2 = 12x$ 위의 점 P에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 A라 하고, x 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 삼각형 PAH의 넓이는 $16\sqrt{3}$ 이다. 점 P에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 점 B, 직선 FB가 y 축과 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 PCF의 외접원의 넓이는? [4점]



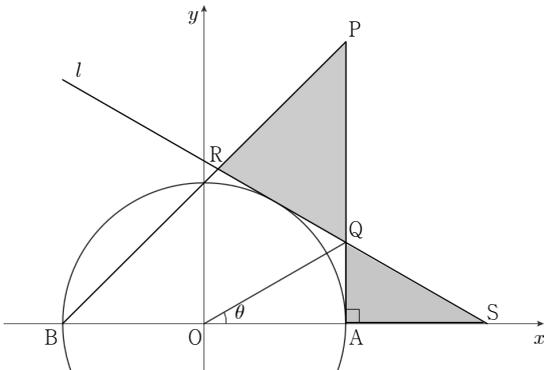
- ① $\frac{9}{4}\pi$ ② $\frac{25}{4}\pi$ ③ $\frac{49}{4}\pi$ ④ $\frac{81}{4}\pi$ ⑤ $\frac{121}{4}\pi$

16. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3\sqrt{3}$, $\overline{AD} = 3$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 AB를 1:2로 내분하는 점을 E라 할 때, 점 E에서 선분 AB에 접하고 점 D를 지나는 원 위의 점 G와 선분 EF가 이 원의 지름이 되는 점 F에 대하여 $\overrightarrow{BG} = k\overrightarrow{BF}$ 인 1이 아닌 실수 k 가 존재한다. $\overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{CA}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{15}{7}$ ② $\frac{18}{7}$ ③ 3 ④ $\frac{24}{7}$ ⑤ $\frac{27}{7}$

17. 좌표평면에 그림과 같이 두 점 $A(1, 0)$, $B(-1, 0)$ 을 지름의 양 끝점으로 갖는 원이 있다. 점 $P(1, 2)$ 에 대하여 선분 AP 위의 점 Q 를 $\angle QOA = \theta$ 가 되도록 잡는다. 점 Q 에서 원에 그은 접선 중 기울기가 음수인 접선을 l 이라 할 때, 직선 l 과 선분 BP 가 만나는 점을 R , 직선 l 과 x 축이 만나는 점을 S 라 하자. $\triangle PQR$ 의 넓이를 $f(\theta)$, $\triangle QSA$ 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)g(\theta)}{\theta^4}$ 의 값은?
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, O 는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

18. 집합 $S = \{2, 3, 4, \dots, 14\}$ 의 부분집합 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (A) 집합 A 의 모든 원소의 합은 짝수이다.
(B) 집합 A 의 모든 원소의 곱은 4의 배수이다.

다음은 집합 A 의 개수를 구하는 과정이다.

조건 (A)에서 집합 A 의 원소 중 홀수의 개수는 0이거나 짝수이다. 집합 S 의 원소 중 홀수의 개수는 6이므로 이 중에서 홀수를 뽑지 않거나 짝수 개를 뽑는 경우의 수는 $\boxed{(가)}$ 이다.

조건 (B)에서 집합 A 의 원소 중 짝수만 고려하면, '(i) 4의 배수가 1개 이상인 경우', '(ii) 4의 배수는 없으나 2의 배수가 2개 이상인 경우'가 있다.

(i)의 경우 :

집합 S 의 원소 중 짝수의 개수는 7이고 이 중에서 4의 배수는 3개다. 따라서 홀수는 포함하지 않고 4의 배수를 1개 이상 포함하는 집합의 개수는 $\boxed{(나)}$ 이다.

(ii)의 경우:

집합 S 의 원소 중 짝수의 개수는 7이고 이 중에서 4의 배수는 아니지만 2의 배수인 수는 4개다. 따라서 홀수와 4의 배수를 포함하지 않지만 2의 배수를 2개 이상 포함하는 집합의 개수는 $\boxed{(다)}$ 이다.

따라서 두 조건 (A), (B)를 만족시키는 집합 A 의 개수는 $\boxed{(가)} \times (\boxed{(나)} + \boxed{(다)})$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 151 ② 152 ③ 153 ④ 154 ⑤ 155

19. $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=8$, $\overline{CA}=7$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\overline{CD}=\frac{7}{5}$ 이 되도록

특 선분 CA 위에 점 D를 잡을 때, $\tan(\angle ABD)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{10\sqrt{3}}{21}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{16\sqrt{3}}{21}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{7}$

20. 좌표공간에 평면 α 와 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의

평면 α 위로의 정사영은 넓이가 $4\sqrt{3}$ 인 정삼각형이다. 평면 α 가 직선 AB, 직선 BC, 직선 CA와 이루는 각 중 크기가 가장 큰 각을 θ 라 하자. 삼각형 ABC를 포함하는 평면을 β 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

————<보 기>————

ㄱ. 삼각형 ABC의 둘레의 길이의 최솟값은 12이다.

ㄴ. 두 평면 α , β 가 이루는 각의 크기가 θ 일 때, 삼각형 ABC는 이등변삼각형이다.

ㄷ. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 에서 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은

$4\sqrt{4\tan^2\theta+5}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 실수 전체의 집합에서 연속이고 $x \neq 0$ 이고 $x \neq 1$ 인 모든 실수에
서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 n 에 대하여

$$-n \leq x < -n+1 \text{ 일 때, } f'(x) = a\pi \cos(2n\pi x)$$

$$n \leq x < n+1 \text{ 일 때, } f'(x) = b\pi \cos(2n\pi x)$$

를 만족시키고, $0 \leq x < 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x \{(f \circ f)(t) - t\} dt = 0$$

이다. 방정식 $(f \circ f)(x) = f(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 6이고,
그 근을 작은 수부터 크기 순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \frac{1}{2},$

α_5 라 할 때, $\int_{\alpha_4}^0 f(x) dx + \int_1^{\alpha_5} f(x) dx$ 의 최댓값은?

(단, a 와 b 는 정수이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{4\pi}$ ② $\frac{1}{2\pi} + \frac{7}{12}$ ③ $\frac{3}{4\pi} + \frac{7}{12}$
④ $\frac{1}{2\pi} + \frac{\sqrt{3}}{4\pi} + \frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{1}{\pi} + \frac{\sqrt{3}}{4\pi} + \frac{7}{12}$

단답형

22. ${}_6H_2 + {}_4C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 부등식 $\log_2(x^2 - 4x + 3) \leq 3$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의
합을 구하시오. [3점]

24. 자연수 8을 8의 양의 약수로만 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

25. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 와 닫힌 구간 $[0, \pi]$ 에서 정의된 함수 $g(x) = \cos x$ 에 대하여 함수 $h(x) = (g \circ f)(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2h(x+1) - 1}{x} = 1$$

을 만족시킬 때, $15\{f'(1)\}^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

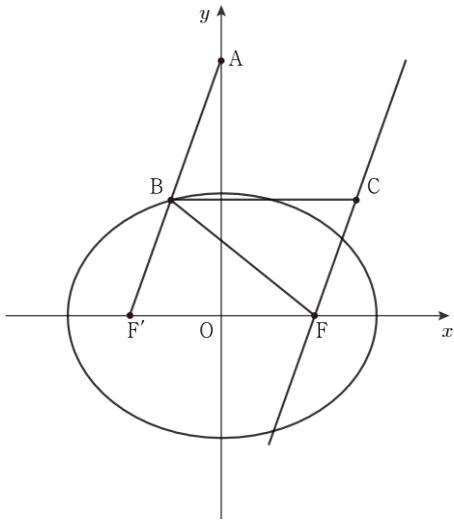
26. 자연수 k 에 대하여 확률변수 X 가 가지는 값이 k 이하의 자연수이고,

$$P(X=n) = \frac{a}{n(n+1)} \quad (1 \leq n \leq k)$$

를 만족시킨다. $E(X^2) + E(X) = 8$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. (단, n 은 자연수이고, a 는 상수이다.) [4점]

27. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(c, 0)$ ($c > 0$)인

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{64} = 1$ 에 대하여 점 $A(0, k)$ 와 점 F' 를 지나는 선분이 타원과 만나는 점을 B 라 하자. 점 F 를 지나고 직선 AF' 과 평행한 직선이 점 B 를 지나고 x 축과 평행한 직선과 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle ABC = \angle FBF'$ 을 만족시킨다. 삼각형 BCF 의 둘레의 길이가 32일 때, 상수 k 에 대하여 k^2 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]



28. 방정식 $x+y+z=9$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍이 부등식 $(x-z)^2(x-1)(y-2)(z-3) \leq 0$ 을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 좌표공간에서 움직이는 점 P 가 있다. 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 와 평면 $\sqrt{3}x + z = 2$ 가 만나서 생기는 원 위를 움직이는 두 점 Q, R 이 $|\overline{PQ}|^2 + |\overline{PR}|^2 = 34$ 를 만족시킨다. $\overline{PQ} \cdot \overline{PR}$ 이 최소일 때, $\overline{OQ} \cdot \overline{RP}$ 의 최댓값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

30. 이차함수 $f(x)$ 와 $-e \leq t \leq e$ 인 실수 t 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} e^{-f(x)} & (x < 1) \\ e^{-f(x-t)} - t & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 0이 아닌 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{g(x) - 2ex - e}{x} < 0$ 이다.

(나) $-e \leq t \leq 0$ 일 때, $x_1 < 0 < x_2 < 1 < x_3$ 를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2, x_3 에 대하여 $g''(x_1)g''(x_2)g''(x_3) < 0$ 이다.

(다) $t = \frac{1}{2}$ 일 때, 함수 $g(x)$ 는 극댓값 또는 극솟값만을 갖고 그 개수는 2이다.

함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 t 의 값을 α ($\alpha > 0$)라 할 때, $f(3) + \ln|e^{-f(\alpha)} - \alpha|$ 의 값을 구하시오. [4점]