함수정리

1. 도형의 이동

① 평행이동

- **점의 이동**

  $f:(x,y)\rightarrow(x+m,y+n)$

- **도형의 이동**

  $f: g(x,y)=0\rightarrow g(x-m,y-n)=0$

2. 대칭이동

① (x,y) ----- x축 ---------- > $(x,-y)$

② (x,y) ----- y축 ---------- > $(-x,y)$

③ (x,y)----- $(0,0)$ --------- > $(-x,-y)$

④ (x,y) ----- $x=a$ --------- > $(2a-x,y)$

⑤ (x,y) ----- $y=b$ --------- > $(x,2b-y)$

⑥ (x,y) ----- (a,b) --------- > $(2a-x,2b-y)$

⑦ (x,y) ----- $y=x$ --------- > (y,x)

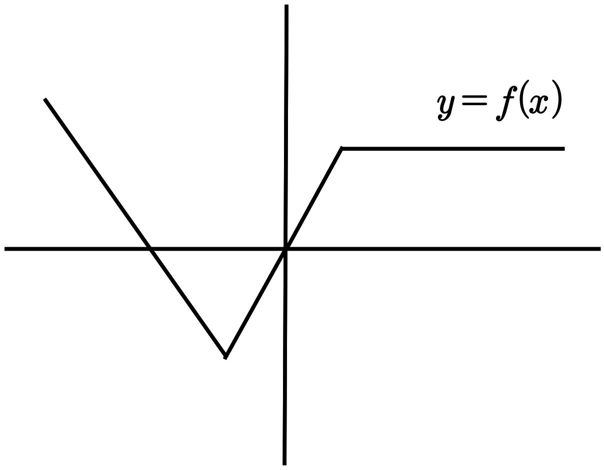
⑧ (x,y) ----- $y=-x$ -------- > $(-y,-x)$

⑨ (x,y) ----- $y=x+a$ ------- > $(y-a,x+a)$

⑩ (x,y) ----- $y=-x+a$ ----- > $(-y+a,-x+a)$

3. 절댓값 함수 그래프 〈연습해보기!〉

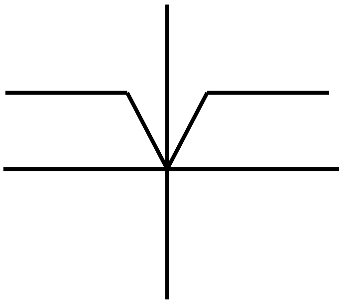
x : **정의역**, y : **공역**, $f(x)$: **치역**



① $y=f(|x|)$

$x\ \geq 0 \qquad y=f(x)$

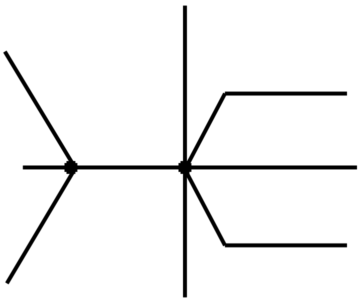
$x\ < 0 \qquad y=f(-x)$



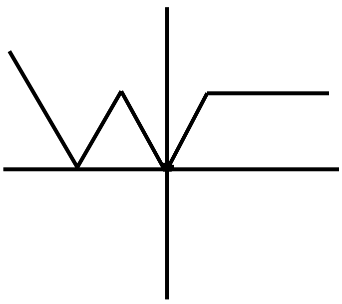
② $|y|=f(x)$

$y\ \geq 0 \qquad y=f(x)$

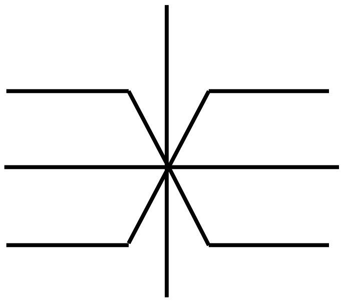
$y\ < 0 \qquad -y=f(x)$



③ $y=|f(x)|$



④ $|y|=f(|x|)$



ex) $|x|+|y|=1$

4. 역함수

1) 역함수가 존재할 조건 : 일대일 대응

2) $y=x$ 대칭

① 역함수와의 교점은 $y=x$ 위에 있다.

② 역함수로 둘러싸인 넓이는 ⇒ $y=x$와 둘러싸인 넓이로 구한다.

3) $f(g(x))=x$ ⇒ $f(x)$와 $g(x)$는 역함수 관계

5. 이항함수

① $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)\ \ (f(x)>0)$

$\Rightarrow f(x)=a^x$ **지수함수**

② $f(x\cdot y)=f(x)+f(y)\ \ (x>0, y>0)$

$\Rightarrow f(x)=\log_a x$ **로그함수**

③ $\underbrace{a}\,f(x)+\underbrace{b}\,f(-x)=\underbrace{g(x)}$ (단, $|a| \neq |b|$ 일 때, $f(x)$를 구할 수 있다!!)

주어지는 값

④ $af(x)+bf(\frac{1}{x})=g(x)$ (단, $|a| \neq |b|$일 때, $f(x)$를 구할 수 있다!!)

⑤ **③, ④의 경우에 $a=b$일 때는 적분에서만 나온다! < 미적분Ⅱ >**

ex) $f(x)+f(-x)=x^2+1$

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx=?$$

⑥ $f(-x)=f(x)$

- **우함수**
- **y축에 대하여 대칭**
- **짝수 차 항만 존재**

⑦ $f(-x)=-f(x)$

- **기함수**
- **원점에 대하여 대칭**
- **홀수 차 항만 존재**

⑧ $f(x)=f(x+p)$

$\Rightarrow$ **주기함수**

⑨ $\begin{cases} f(x)=f(2a-x) \\ f(a+x)=f(a-x) \end{cases}$

$\Rightarrow x=a$**에 대하여 대칭**

⑩ $\begin{cases} f(x)+f(2a-x)=2b \\ f(a+x)+f(a-x)=2b \end{cases}$

$\Rightarrow (a,b)$**에 대하여 대칭**

⑪ $\dfrac{mf(x_2)+nf(x_1)}{m+n} \geq f(\dfrac{mx_2+nx_1}{m+n})$

$\Rightarrow$ 아래로 볼록

⑫ $\dfrac{mf(x_2)+nf(x_1)}{m+n} = f(\dfrac{mx_2+nx_1}{m+n})$

$\Rightarrow$ 직선

⑬ $\dfrac{mf(x_2)+nf(x_1)}{m+n} \leq f(\dfrac{mx_2+nx_1}{m+n})$

$\Rightarrow$ 위로 볼록

⑭ $x_1 < x_2 \Rightarrow f'(x_1) < f'(x_2)$

$\Rightarrow$ 아래로 볼록

⑮ $\int_a^b f(x)dx \leq \dfrac{b-a}{2}(f(a)+f(b))$ (단, 등호는 $a=b$일 때 성립)

$\Rightarrow$ 아래로 볼록

6. 분수함수

① $y=\dfrac{k}{x-m}+n$

② 점근선 $\begin{cases} x=m \\ y=n \end{cases}$

③ 방향 $\begin{cases} k>0 & \cdots\ 1,3\text{사분면} \\ k<0 & \cdots\ 2,4\text{사분면} \end{cases}$

④ $y=\pm(x-m)+n$에 대하여 대칭

7. 무리함수

① $y=a\sqrt{b(x-c)}+d$

② 시발점 $\rightarrow (c,d)$

③ 방향 $\rightarrow b$의 부호 $=x$의 방향

a의 부호 $=y$의 방향

8. 반원

$y=\sqrt{r^2-(x-a)^2}+b$

$\rightarrow y-b=\sqrt{r^2-(x-c)^2}$ 이므로, $(y-b)^2=r^2-(x-c)^2$

$\therefore (x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ (원)

9. 가우스 함수

$[x]=x$보다 크지 않는 최대의 정수

① $[x]$: x 의 정수 부분

② $[x]=n$이면$\Leftrightarrow n\le x<n+1$

③ $[\log x]$: $\log x$의 지표

④ $\log x-[\log x]$: $\log x$의 가수

⑤ $[x]+[-x]$는 0 ($x=$정수) or -1 ($x=$정수가아닌것)

⑥ $x-n\left[\dfrac{x}{n}\right]$: x를 n으로 나눈 나머지

⑦ $[x\pm n]=[x]\pm n$

⑧ $y=[x]$

$0\le x<1$	0
$1\le x<2$	1
$2\le x<3$	2

⑨ $y=x-[x]$

$0\le x<1$	$y=x$
$1\le x<2$	$y=x-1$
$2\le x<3$	$y=x-2$